

S.E.P.T.

Student Emotional and Physical Trajectories

-

Détecter les difficultés des étudiants à travers le clustering de leurs trajectoires émotionnelles et physique lors d'évaluations en ligne sur Moodle

Edouard NADAUD^{1,2}, Antoun YAACOUB¹, Bénédicte LE GRAND² and Lionel PREVOST^{1,2}

¹ Learning, Data and Robotics (LDR) Lab, ESIEA, Paris

² Centre de Recherche en Informatique (CRI), Université Paris 1 Panthéon Sorbonne

Augmentation de l'enseignement assisté par ordinateur

2

■ **Avantage :**

- Nouvelles méthodes d'apprentissage.
- Diffusion de l'enseignement au plus grand nombre.

■ **Inconvénient :**

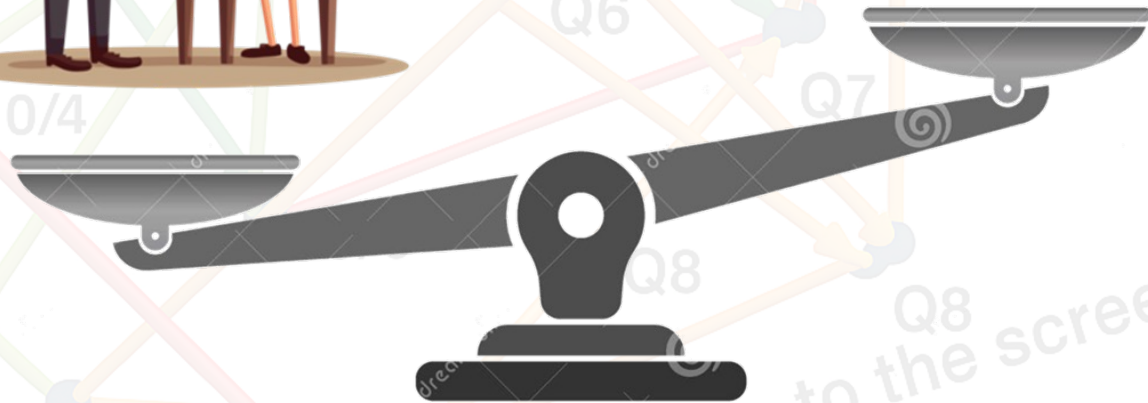
- Perte de contact visuel direct entre l'élève et l'enseignant.
- Aucune gestion de la charge cognitive et affective des étudiants.

Les Learning management system LMS sont "**aveugles**".

- **Question :** Comment accompagner les enseignants dans le suivi des élèves ?



DISTANCE LEARNING





État	Commencé le	Terminé	Temps utilisé	Note/20,00	Q. 1 /2,00	Q. 2 /2,00	Q. 3 /7,00	Q. 4 /2,00	Q. 5 /2,00	Q. 6 /1,00	Q. 7 /4,00
Terminé	12 janvier 2023 08:57	12 janvier 2023 09:10	12 min 56 s	11,60	✓ 1,60	✓ 2,00	✗ 0,00	✓ 2,00	✓ 2,00	✓ 1,00	✓ 3,00
Terminé	13 janvier 2023 13:07	13 janvier 2023 13:19	12 min 4 s	2,00	✓ 0,80	✓ 1,20	✗ 0,00	✗ 0,00	✓ 1,00	✗ 0,00	✗ -1,00

No Q	Nom de la question	Tentatives	Indice de facilité
1	Exam 2022 Q2-1	92	57,61 %
2	Question aléatoire	92	43,04 %
	Intervalle des statistiques pour ces questions	19 – 33	37,88 % – 51,32 %
	Afficher les détails		

- Utilisation du LMS : **Moodle**
 - ✓ Beaucoup de données..
 - ✓ Partage de cours, d'activités et de quiz.
 - ✗ d'évaluer les difficultés des étudiants pendant une activité.

Nous proposons d'utiliser la caméra pour suivre les étudiants **PENDANT** une activité noté.

Log-mining → Système Tutoriaux Intelligent et Affectif (STIA)





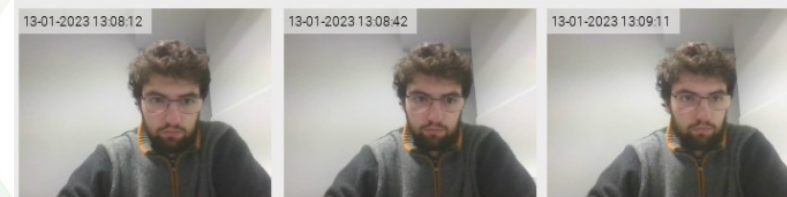
+



- Capturer le visage des élèves pendant une activité (avec horodatage / 1 image seconde).
- Nous posons la question de l'implication et la concentration des élèves :
 - **Comment interpréter l'émotion et la difficulté ?**



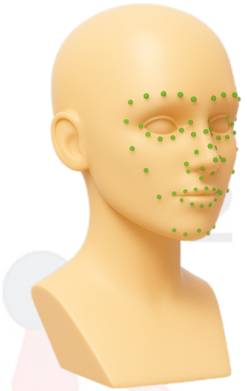
Impliqué ?



Concentré ?

Distance to the screen

Comment détecter les difficultés des étudiants à travers l'analyse de leurs émotions et de leurs mouvements physiques ?



Yaw



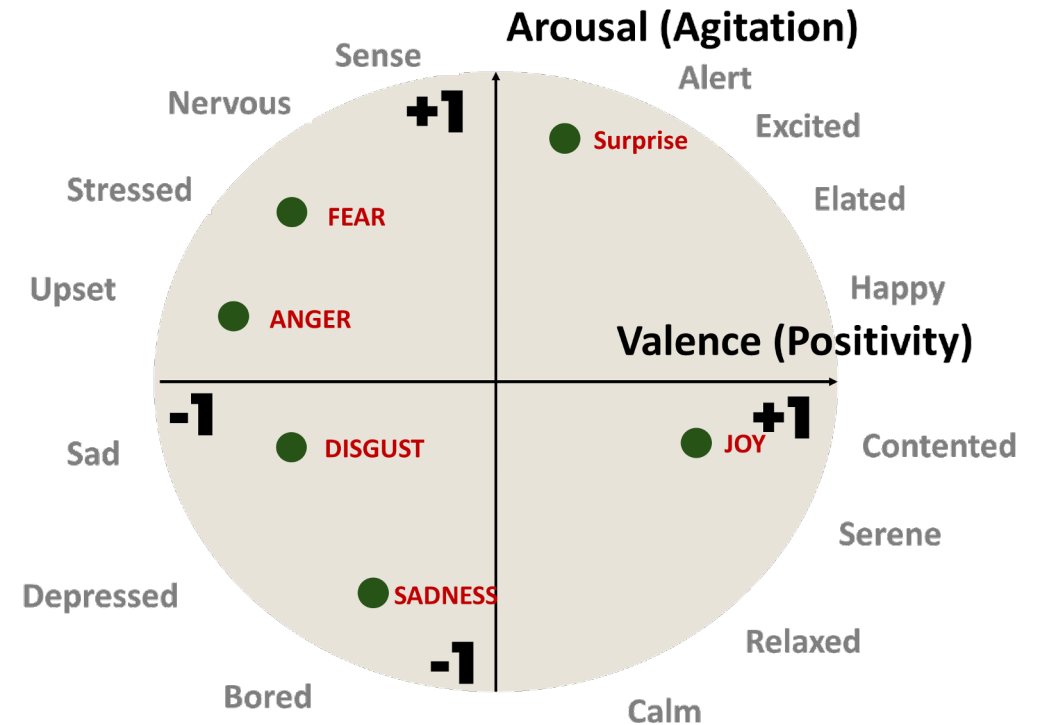
Roll

De nombreuses études : Les émotions dans l'enseignement

- Six émotions universelles à travers les cultures. [1]
- On peut les évaluer en utilisant l'activation des muscles faciaux.



- Émotion dans la coordonnée du couple (Valence (Positivité) / Arousal (Activation)) [2]
- Méthode d'évaluation des émotions choisi par Pekrun dans le cadre des émotions académiques [3]



[1] Ekman, P. (1999). Basic emotions. In T. Dalgleish & M. J. Power (Eds.), *Handbook of cognition and emotion* (pp. 45–60). John Wiley & Sons Ltd. <https://doi.org/10.1002/0470013494.ch3>

[2] Russell, J.A. (1980) A Circumplex Model of Affect. *Journal of Personality and Social Psychology*, 39, 1161-1178. <http://dx.doi.org/10.1037/h0077714>

[3] Pekrun, Reinhard & Stephens, Elizabeth. (2012). Academic emotions. *APA Educational Psychology Handbook. Individual Differences and Cultural and Contextual Factors*. 2. 10.1037/13274-001.



De nombreuses études : Détection des difficultés chez les étudiants

De nombreuses études

- Cheng-Hung Wang and al. 2018 [4]
- Moutan Mukhopadhyay and al. 2020 [5]
- Wellton Costa de Oliveira and al. 2020 [6]
- Chakradhar Pabba and al. 2021 [7]
- Mahdi Pourmirza and al. 2021 [8]
- Alina Schmitz-Hübsch and al. 2023 [9]
- Zhenzhen Luo and al. 2023 [10]

✗ Des limites identifiées

- **Détection des émotions via Ekman** . Système plus simple avec de nombreux models open source.
 - Moins efficace dans l'étude des émotions académique
- **Echantillons restreints**. Généralement - de 40 étudiants.
- **Matériel complexe**, EEG, capteurs de fréquences cardiaques, cameras hautes résolutions.

[4] Emotional Design Tutoring System Based on Multimodal Affective Computing Techniques [Cheng-Hung Wang Hao-Chiang Koong Lin](#) January 2018 [International Journal of Distance Education Technologies](#)

[5] Facial Emotion Detection to Assess Learner's State of Mind in an Online Learning System [Moutan Mukhopadhyay Saurabh Pal Anand Nayyar Prasenjit Choudhury](#)

[6] Changes of Affective States in Intelligent Tutoring System to Improve Feedbacks Through Low-Cost and Open Electroencephalogram and Facial Expression [Wellton Costa de Oliveira, Ernani Gottardo & Andrey Ricardo Pimentel](#)

[7] An intelligent system for monitoring students' engagement in large classroom teaching through facial expression recognition 2021 Chakradhar Pabba, Praveen Kumar

[8] Customizing an Affective Tutoring System Based on Facial Expression and Head Pose Estimation Mahdi PourmirzaeiMahdi PourmirzaeiGholam Ali MontazerGholam Ali MontazerEbrahim Mousavi

[9] Schmitz-Hübsch, A., Becker, R., Wirzberger, M. (2023). Personality Traits in the Emotion-Performance-Relationship in Intelligent Tutoring Systems. In: Sottolare, R.A., Schwarz, J. (eds) Adaptive Instructional Systems. HCII 2023. Lecture Notes in Computer Science, vol 14044. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-34735-1_5

[10] A three-dimensional model of student interest during learning using multimodal fusion with natural sensing technology [Zhenzhen Luo Chen Jingying Guangshuai Wang Liao Mengyi](#)



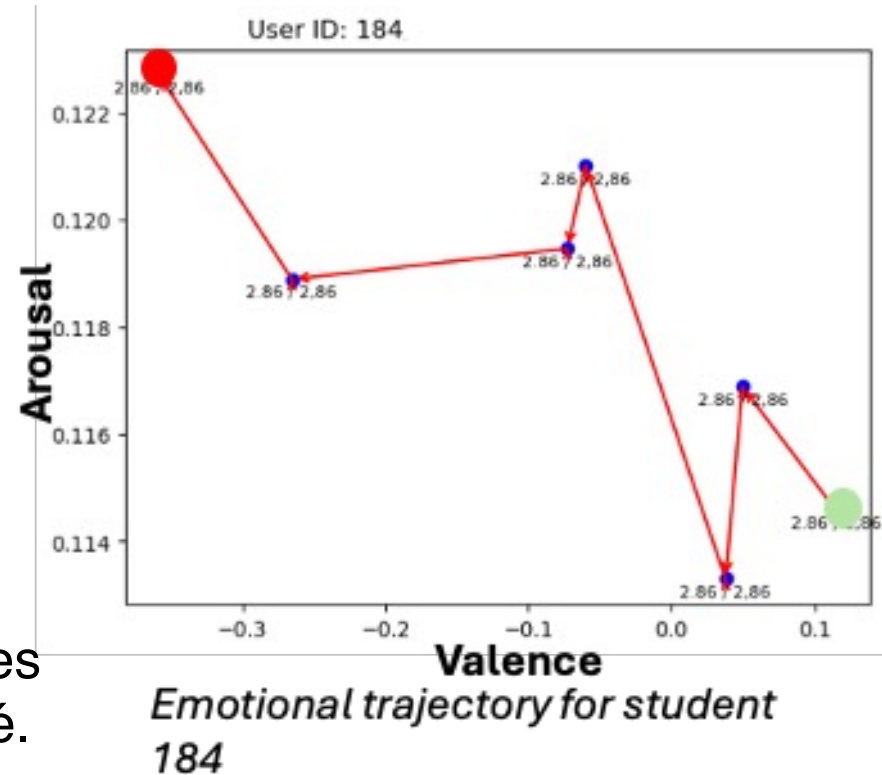
Introduction des trajectoires émotionnelles

Quelques données :

- 56 étudiants.
- 1 quiz de 9 questions.
- Temps moyen : 11,29 minutes.
- 1 images par seconde.

Agregations des émotions pour chaques questions

- 1 centroïde émotionnel par question.
- 1 note par questions.
- 1 trajectoire émotionnelle = suite de centroïdes émotionnelle pour un étudiant sur un quiz donné.



- Start / First point
- End / Last point



Données étudiées et observations

Données étudiées :

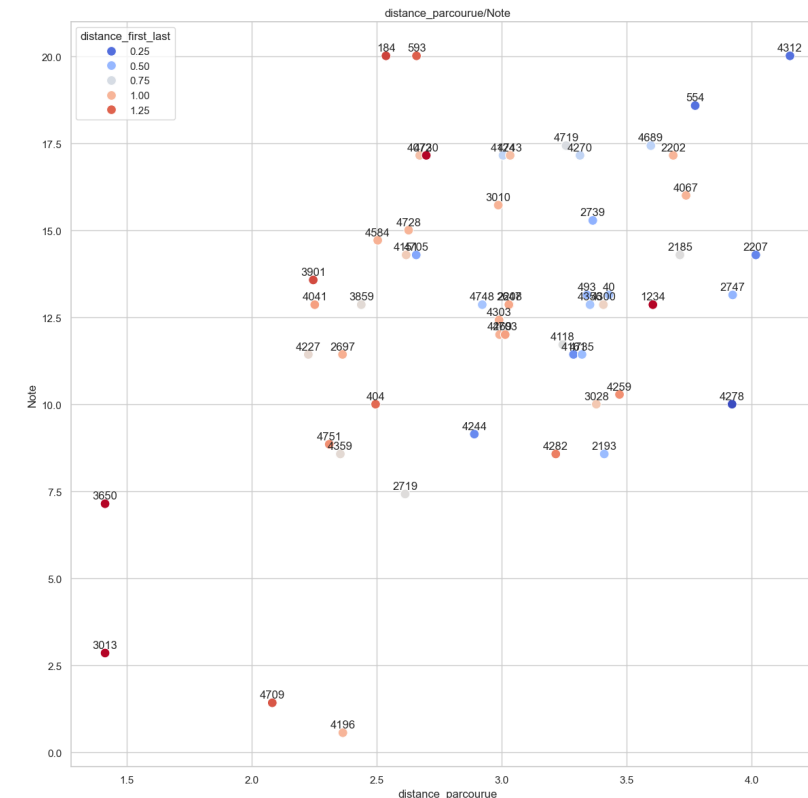
- Distance First to Last (DFL) : Distance émotionnelle entre la première et la dernière question.
- La distance émotionnelle parcourue : La somme des distances entre les centroïdes.
- L'amplitude : Distance entre les deux centroïdes les plus éloignés.

Observations :

Observation 1 : Les élèves ayant les notes les plus basses ont parcouru une distance émotionnelle plus petite, mais une grande distance entre leur première émotion et leur dernière émotion.

Observation 2 : Les élèves ayant les notes les plus élevées ont parcouru une grande distance émotionnelle, mais une petite distance entre leur première émotion et leur dernière émotion. (trajectoires émotionnelles cycliques).

Observation 3 : Plus la distance émotionnelle parcourue est grande, meilleure est la note.





Conclusion

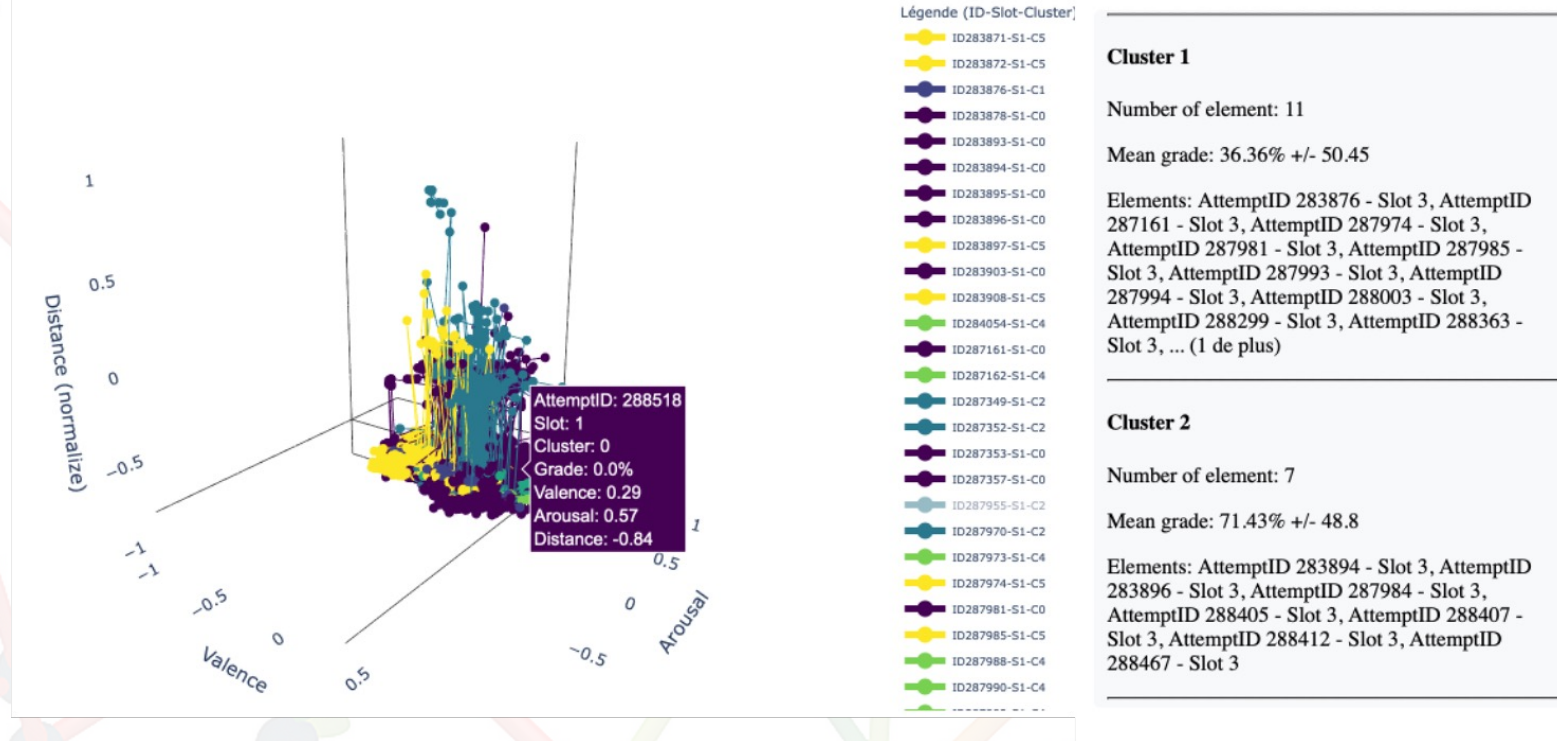
- Les observations nous confirment que l'étude de trajectoire émotionnelle à un potentiel pour détecter des signes de difficulté chez les étudiants.
- **La valence et l'arousal seuls sont insuffisants.**
 - Valence + Arousal = Mesure basic de l'effect.
 - Besoin d'états physiques additionnels.

Des limites et des évolutions nécessaires

- Un échantillon faible et des observations sur un 1 seul quizz.
- La valence et l'arousal sont insuffisants --> Un besoin d'ajout de données supplémentaires.
- Une étude plus fine par question est nécessaire.

Inclure les mouvements physiques : Nos questions de recherches

11



Q1

Les émotions varient-elles à l'échelle des questions individuelles ?

- Suivre ces changements pourraient éclairer sur l'état mental des étudiants.



Q2

Les trajectoires SEPT dépendent-elles du contexte (difficultés de la question) ?

- Les SEPT sont-elles constantes pour un étudiant donné ?
- Les émotions varient-elles selon la difficulté des questions.



Q3

Existent-ils des profils de trajectoires communes ?

- Certains étudiants ont-ils des comportements émotionnels et physique similaires à des moments donnés





Notre expérimentation



Protocole Données Visualisation Resultats

78 • Etudiants en M1 d'école d'ingénieur informatique
 • Etudiants ont accepté d'être pris en photos pendant les quiz

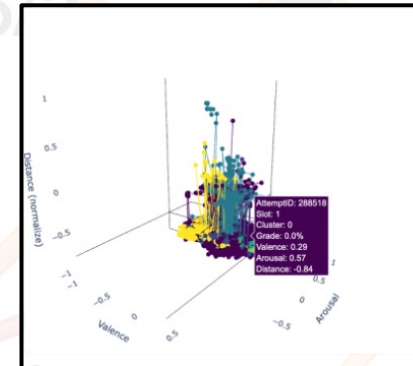
12 • Le temps maximum en min pour réaliser ces quiz en fin de Travaux pratiques

99K • Le nombre d'images capturées
 • 1 image par seconde capturée

Protocole

Conformité RGPD

- Un comité éthique qui valide l'expérimentation
- Une mise en conformité RGPD évaluée par une juriste spécialiste du RGPD
- Un passage en présentiel dans chaque classe pour expliquer l'expérimentation et l'utilisation des données récoltées



H1 **H2**
H3 **H0**

78

- Etudiants en M1 d'école d'ingénieur Informatique
- Etudiants ont acceptés d'être pris en photos pendant les quiz

12

- Le temps maximum en min pour réaliser ces quiz en fin de Travaux pratiques

99K

- Le nombres d'images capturées
- 1 image par seconde capturées

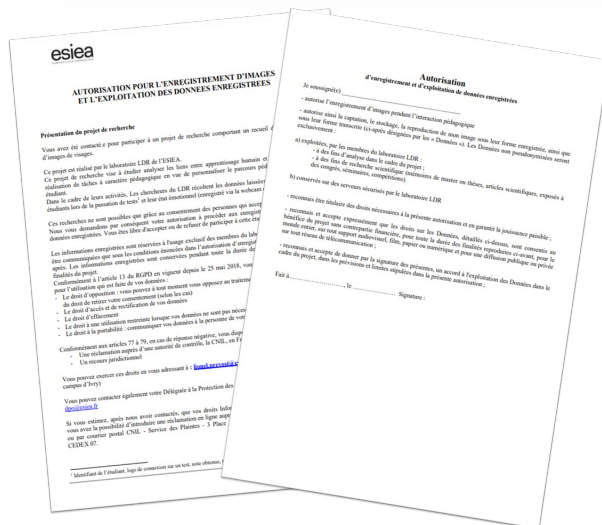
14



Protocole

Conformité RGPD

- Un comité éthique qui valide l'expérimentation
- Une mise en conformité RGPD évaluée par une juriste spécialiste du RGPD
- Un passage en présentiel dans chaque classe pour expliquer l'expérimentation et l'utilisation des données récoltées





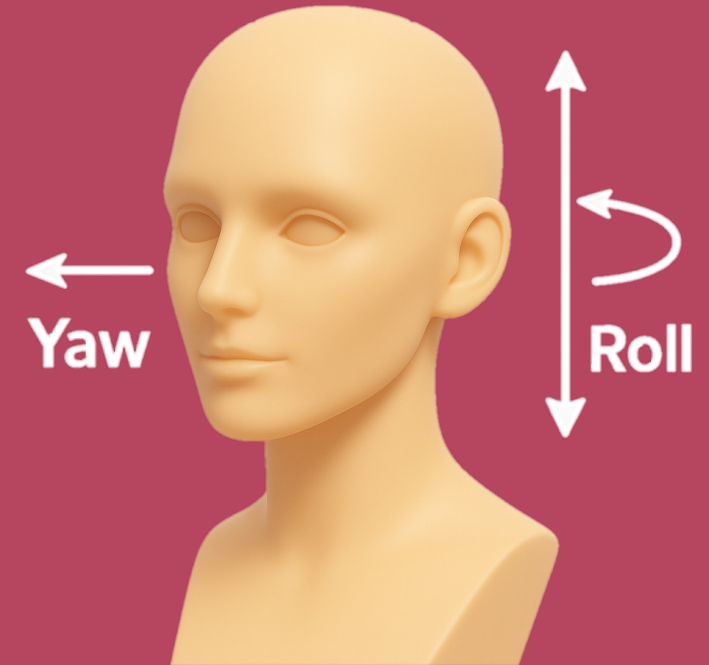
Choix du model d'émotion :

- **Russell** : **continu** – Valence/arousal → plus de nuances émotionnelles.
- **Ekman** : **discret** – 6 émotions fixes → représentation trop rigide

Inférence de la valence et arousal :

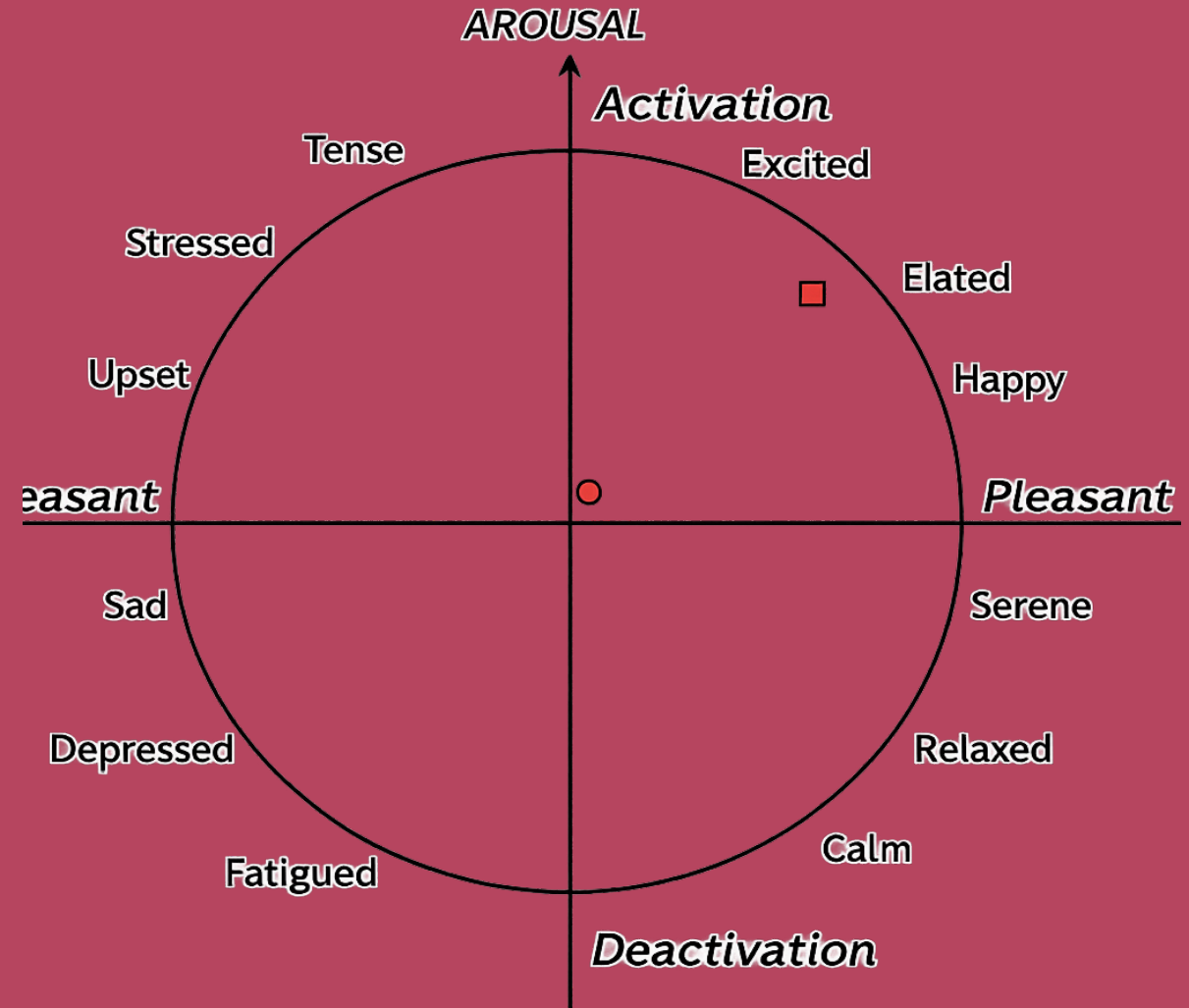
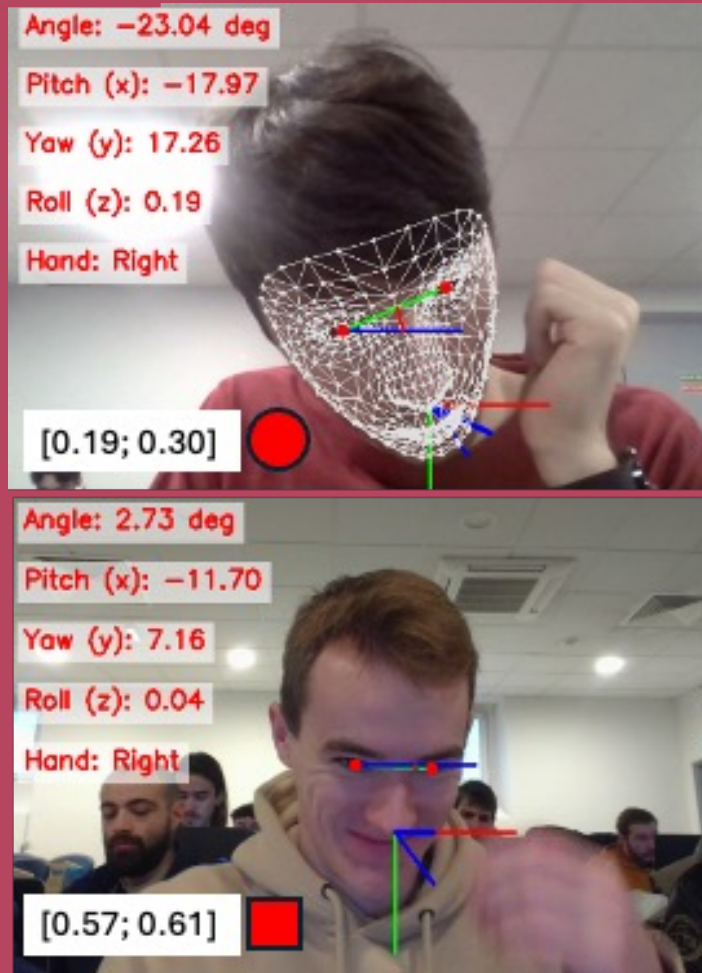
- Pas de model disponible en open source
- 2 models (valence et arousal) entraînés sur nos GPU : 5 couches convolutives + sous-échantillonnage (Conv2D, MaxPooling), 2 couches denses. Environ **2 millions de paramètres** par modèle.

- **Pitch** : tête qui monte ou descend (haut-bas).
- **Yaw** : tête qui tourne à gauche ou à droite.
- **Roll** : tête qui s'incline latéralement.



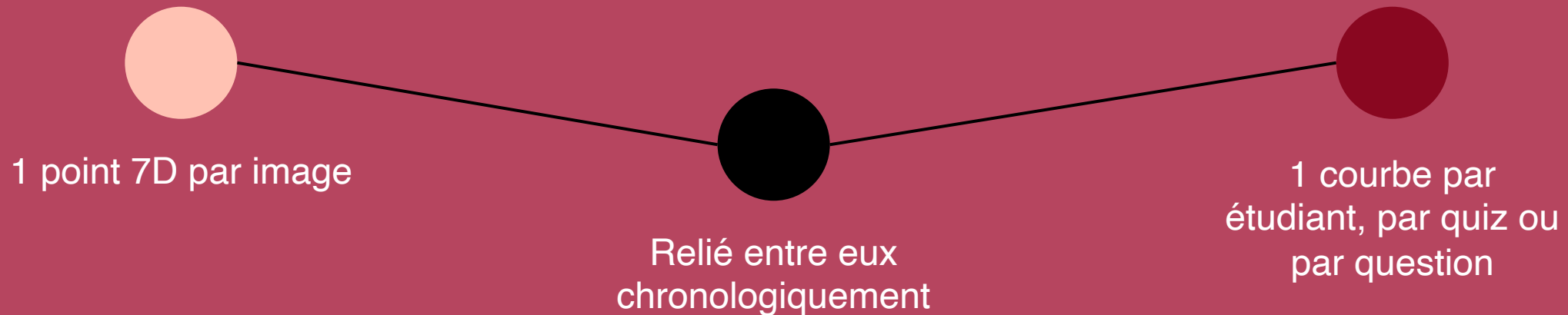
Nos données

Résultats sur nos données



Création des SEPT : Trajectoire émotionnelle et physique d'un étudiant

- 1 images **par secondes**.
- **7 dimensions par images** (valence, arousal, pitch,yaw,roll, inclinaison des yeux et distance à l'écran).
- Chaque image est identifiée a un étudiant, un quiz, une question, **un timestamp**.



283896 - Slot 3, AttemptID 287984 - Slot 3,
AttemptID 288405 - Slot 3, AttemptID 288407 -
Slot 3, AttemptID 288412 - Slot 3, AttemptID
288467 - Slot 3

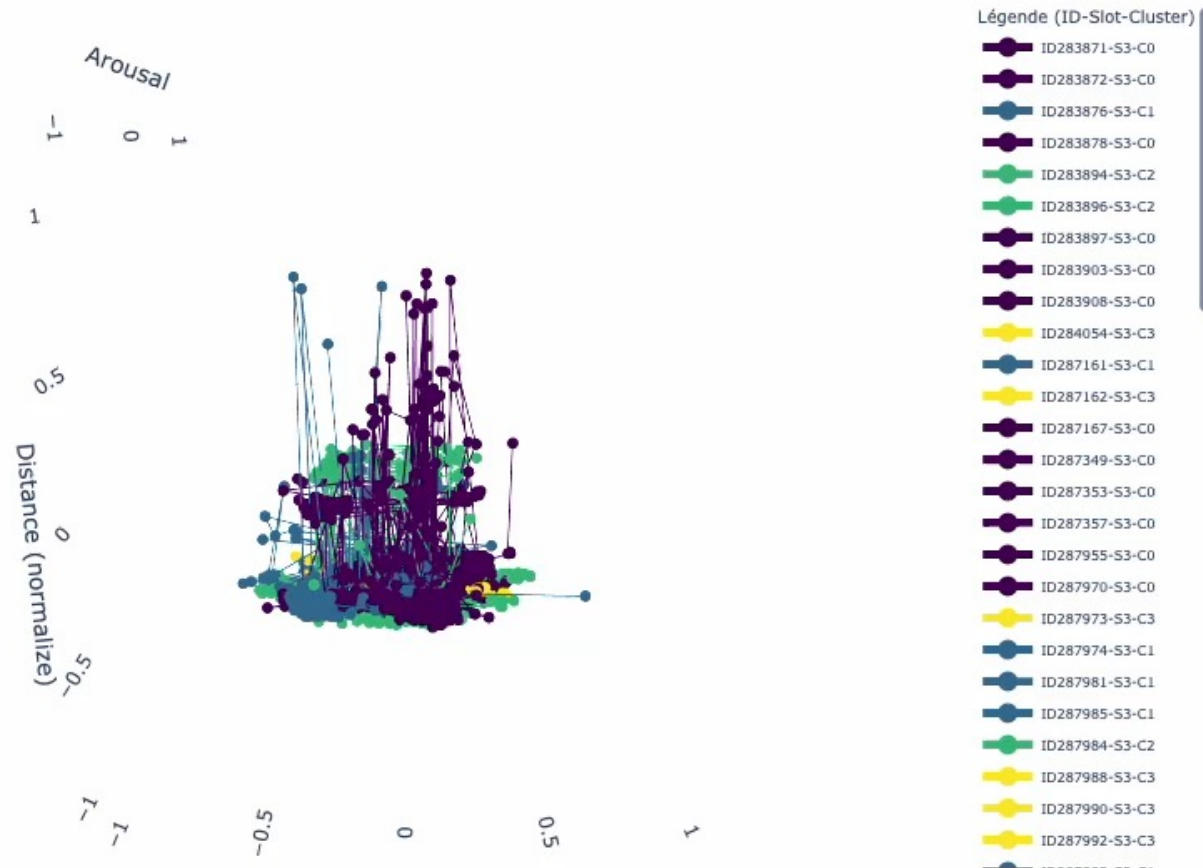
Cluster 3

Visualisation 3D

19



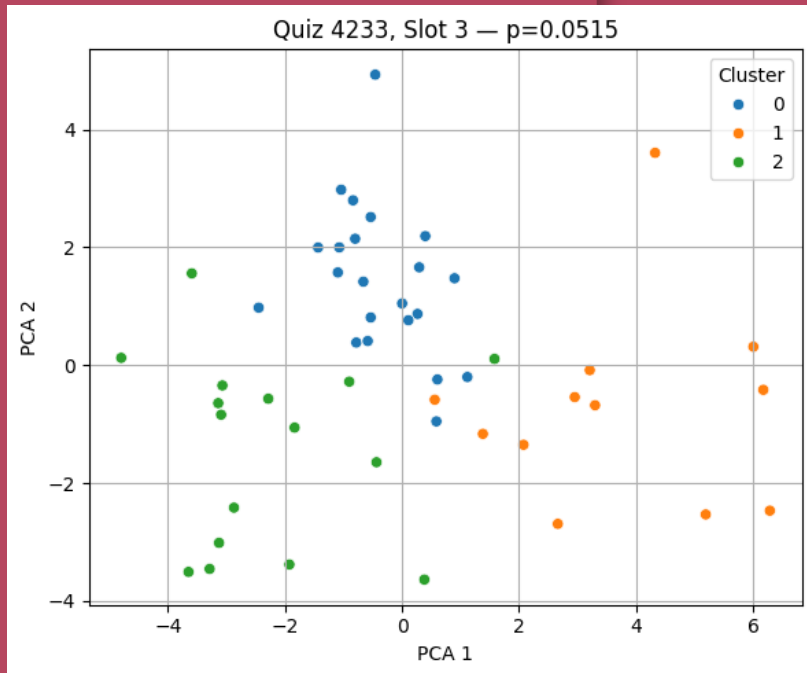
Visualisation 3D - Slots: 3 - Clusters: 4 (Optimal: 2)



Q1

20

Les trajectoires varient selon les questions



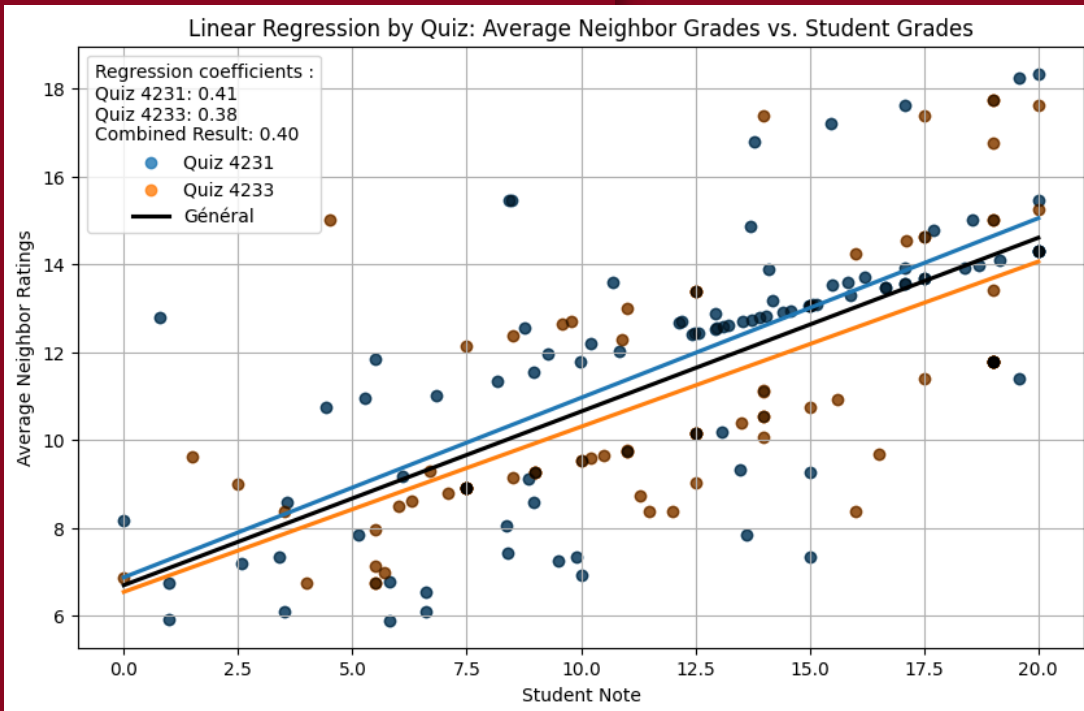
- **Objectif H2** : tester si les étudiants en difficulté partagent des **schémas affectifs similaires** face à une même question.
- **Méthode** : clustering par question sur les données SEPT (quiz/question).
- **Résultats** :
 - Sur **13 questions**, **7 montrent une distinction claire** entre bons et faibles scores avec profils émotionnels différents.
 - **Exemple** :
 - **Quiz 4233, Q3** : 3 groupes de performance distincts → schémas affectifs liés à la difficulté.
- **Conclusion** : Q1 confirmée, les **émotions varient selon la question** et les étudiants en difficulté montrent des **réactions affectives convergentes** face à la charge cognitive.



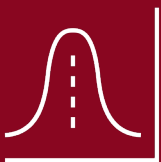
Résultats

Q2

Les trajectoires émotionnelles dépendent du contexte et ne sont pas des constantes propres à chaque étudiant



- **Regroupement par étudiant** : pas de **profil affectif stable** d'une question à l'autre.
- Les **états émotionnels complexes**). **varient selon la difficulté** de la tâche (QCM simple vs. codage co
- Même étudiant, même session → **trajectoires différentes** selon le contexte pour un même resultat.
- **Conclusion** : Q2 confirmée — les réponses affectives sont **contextuelles**, non **intrinsèques** à l'individu.



Résultats

Q?

22



Schémas communs aux questions difficiles.

Objectif H4 : tester la **convergence des réponses affectives** face à une même question difficile.

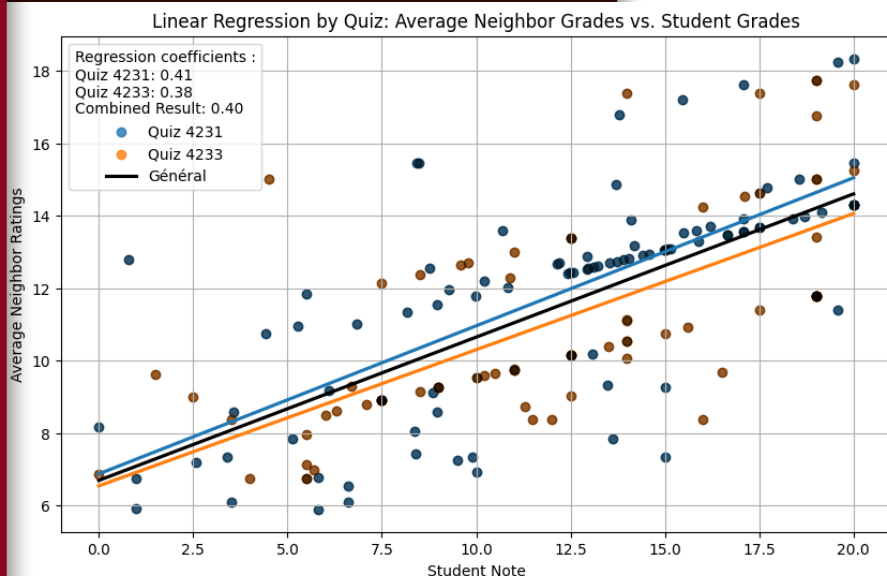
Méthode : regroupement par question (tous les étudiants, même item).

Résultat :

- Étudiants en difficulté → **valence décroissante, mouvements de tête fréquents, éloignement de l'écran.**
- Étudiants performants → **trajectoires stables. Corrélation performances / groupe** :
- Quiz 4231 : $r = 0,41$; quiz 4233 : $r = 0,38$ ($p < 0,001$).
- Corrélation globale stable ($\sim 0,40$).

Conclusion : Q3 validée — les réactions affectives/physiques se **regroupent selon la difficulté**, détectable via **SEPT**.

Résultats





Q1

Les émotions varient à l'échelle des questions individuelles.

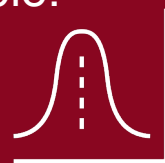
- L'état émotionnel varie durant l'évaluation.
 - Suivre ces changements éclaire l'état mental des étudiants.



Q2

Les trajectoires émotionnelles dépendent du contexte, et ne sont pas constantes pour un étudiant donné.

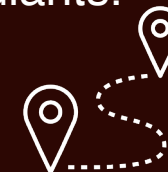
- Les émotions varient selon la difficulté des questions.
- L'état émotionnel n'est pas toujours stable.



Q3

Existence de modèles communs pour les questions difficiles :

- Des modèles SEPT similaires peuvent émerger face à une même difficulté.
- Cela révèle des points de blocage partagés entre étudiants.



Résultats



1

Diversité

Population homogène et restreinte :

L'étude a été réalisée uniquement sur des étudiants dans le domaine de l'apprentissage automatique.

Contexte académique unique :

Les résultats doivent être testés dans d'autres domaines pour confirmer la généralisation

2

Temporelles

Absence de validation longitudinale :

L'étude ne permet pas encore de conclure si les trajectoires comportementales et affectives observées prédisent les résultats d'apprentissage à long terme.

3

Feedback

Absence de rétroaction en temps réel :

Il n'existe pas encore de système pour fournir un retour immédiat aux enseignants ou aux systèmes de tutorat intelligent à partir des analyses du SEPT.

Limites

Valence

0/9

0/2

0/4

0.0

Distance to screen



Validation du cadre SEPT

- **SEPT** : nouveau cadre pour analyser les **trajectoires affectives et comportementales pendant l'enseignement en ligne**
- Combine : **valence, arousal, axes de rotation de la tête, distance à l'écran** → lecture fine de la difficulté par question.
- **Résultats clés** :
 - **Q1** : Réponses affectives **contextuelles**, non uniformes.
 - **Q2** : Pas de profil stable par étudiant → dépendance à la **question**.
 - **Q3** : Réactions **communes** entre étudiants en difficulté → structure détectable dans SEPT.
- SEPT montre un **potentiel discriminant**.



Valence

Distance to the screen

Travaux futurs : Améliorations et extensions

26

- **Engagement en temps réel**

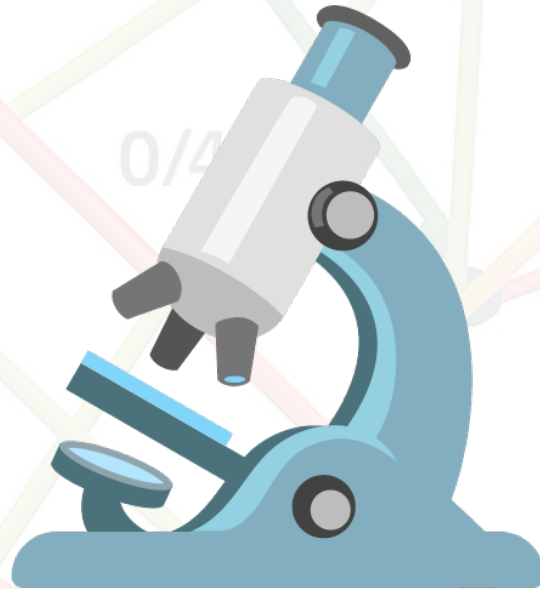
- Transformer mouvements, distance et expressions en **score composite d'engagement**.

- **Concentration cognitive**

- Intégrer **suivi du regard** et **posture** pour détecter attention vs distraction.

- **Rétroaction pédagogique adaptative**

- Créer des **boucles de feedback en temps réel** vers les enseignants ou tuteurs intelligents.





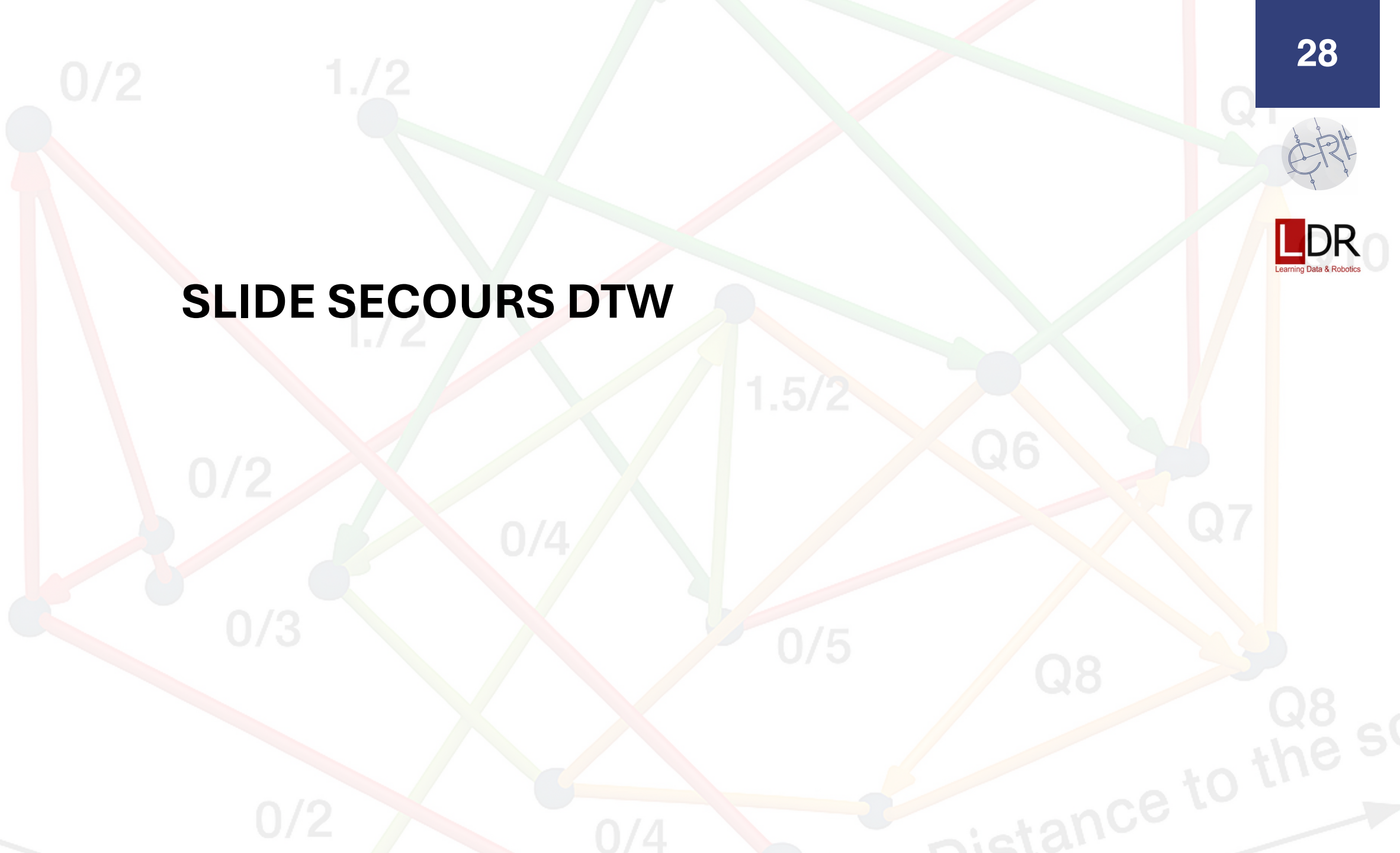
Thanks for you attention

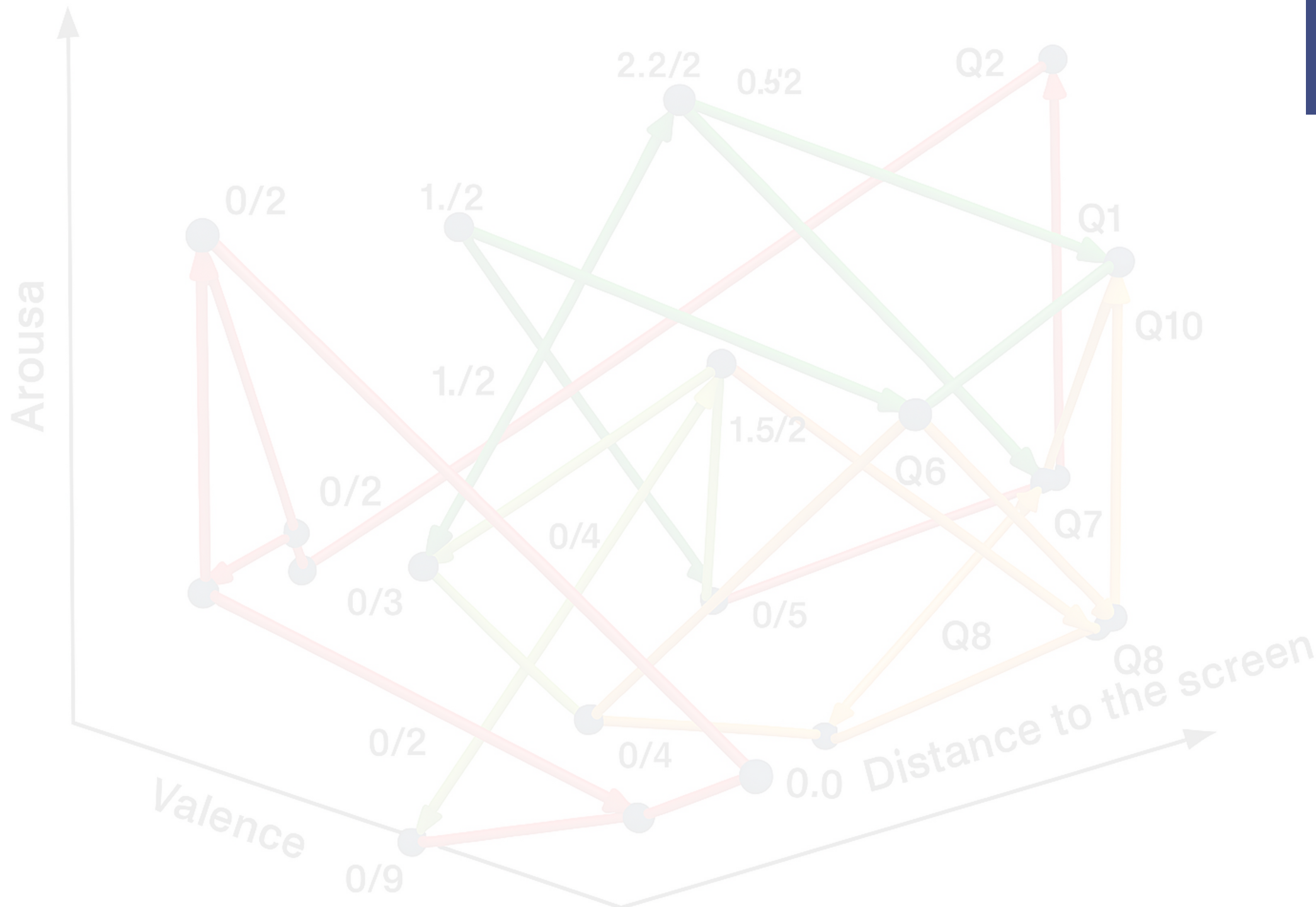


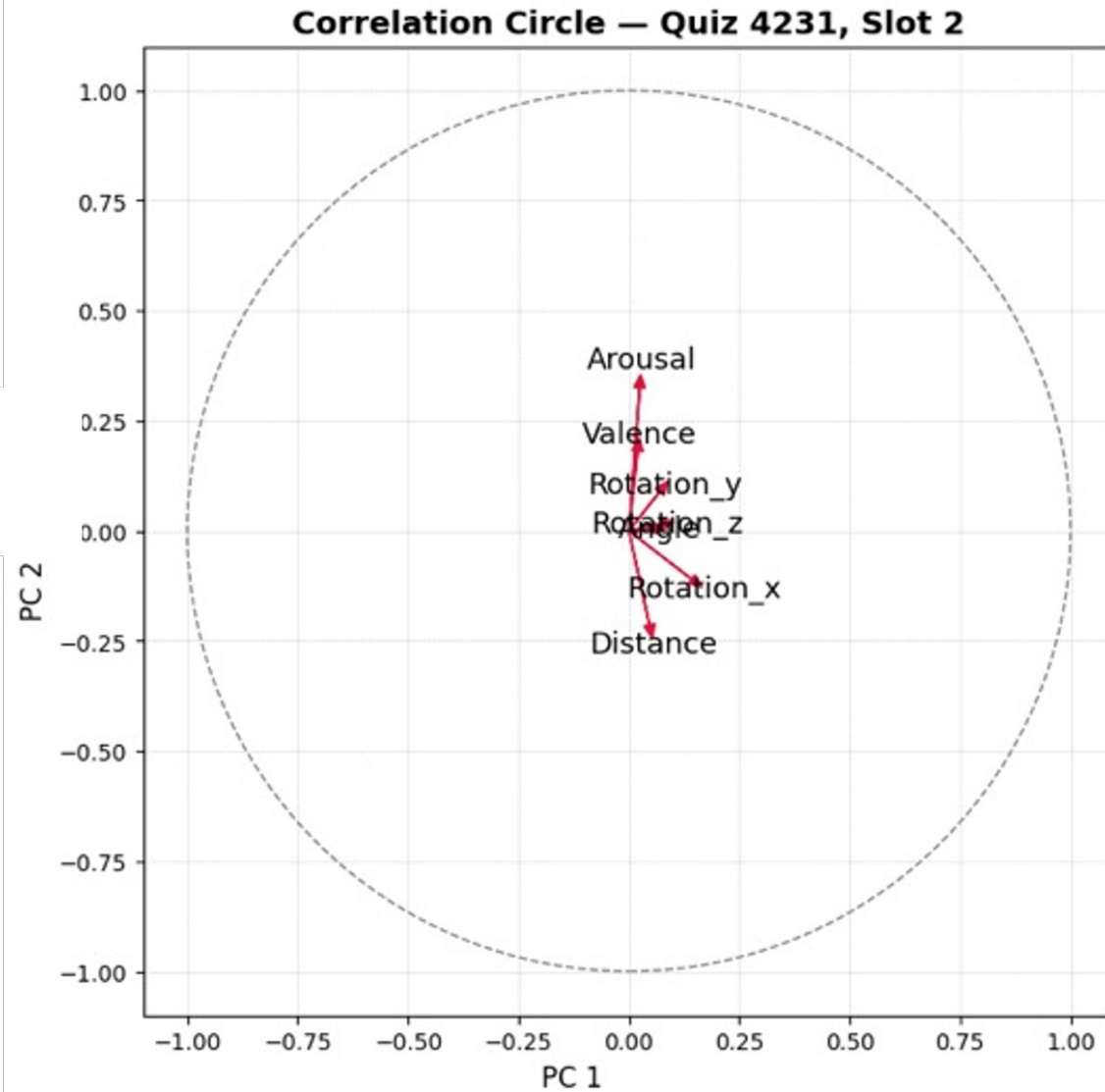
- Paper link
- My LinkedIn
- Email



SLIDE SECOURS DTW









Increase of distance learning

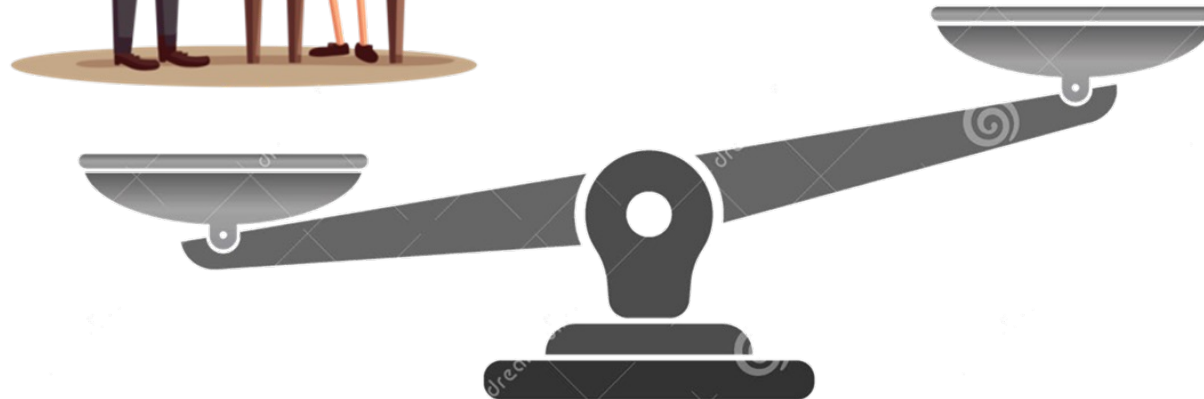
33



- **Advantage:** New learning methods.
- **Disadvantage:** Loss of face-to-face contact between student and teacher.
- **Question:** How to support teachers in student follow-up ?



DISTANCE LEARNING





État	Commencé le	Terminé	Temps utilisé	Note/20,00	Q. 1 /2,00	Q. 2 /2,00	Q. 3 /7,00	Q. 4 /2,00	Q. 5 /2,00	Q. 6 /1,00	Q. 7 /4,00
Terminé	12 janvier 2023 08:57	12 janvier 2023 09:10	12 min 56 s	11,60	✓ 1,60	✓ 2,00	✗ 0,00	✓ 2,00	✓ 2,00	✓ 1,00	✓ 3,00
Terminé	13 janvier 2023 13:07	13 janvier 2023 13:19	12 min 4 s	2,00	✓ 0,80	✓ 1,20	✗ 0,00	✗ 0,00	✓ 1,00	✗ 0,00	✗ -1,00

No Q		Nom de la question	Tentatives	Indice de facilité
1		Exam 2022 Q2-1	92	57,61 %
2		Question aléatoire	92	43,04 %
		Intervalle des statistiques pour ces questions	19 – 33	37,88 % – 51,32 %
		Afficher les détails		

- Usage of LMS: **Moodle**
 - ✓ Lots of data.
 - ✓ Share courses, activities, quizzes.
 - ✗ Cannot assess students during an activity.

We propose to use the camera to follow the students **DURING** an activity.

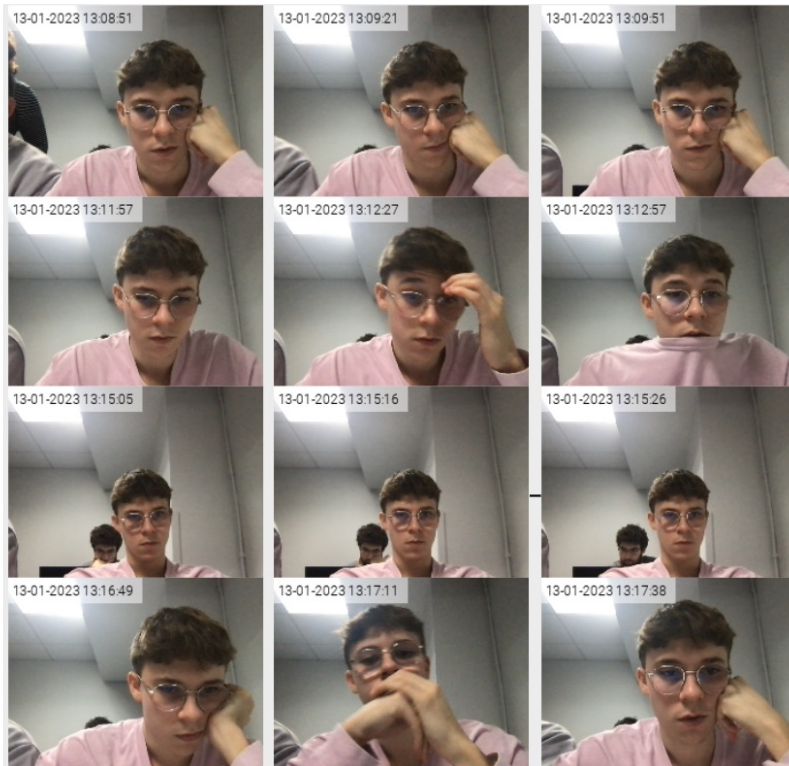




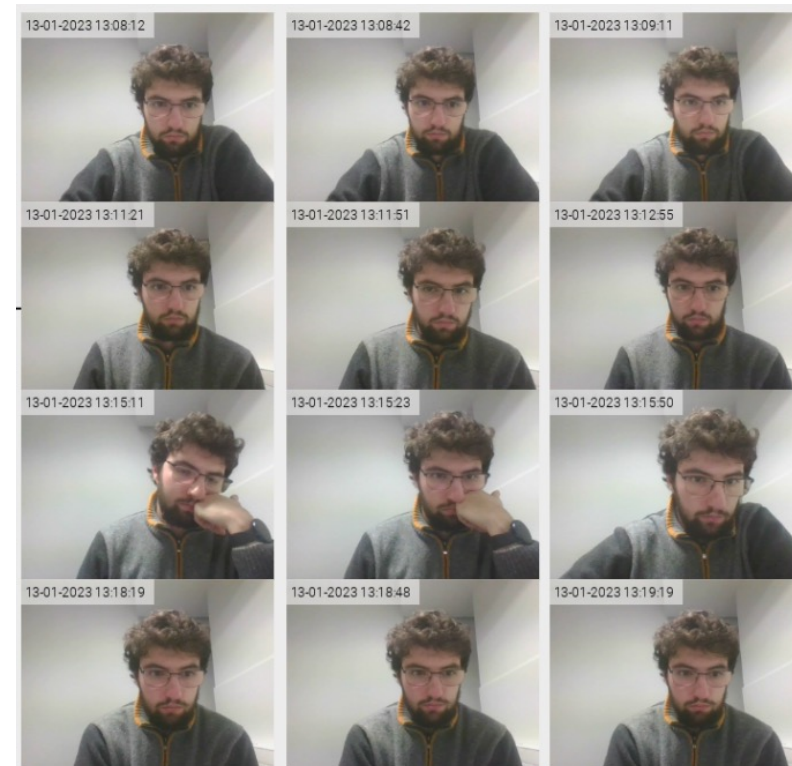
- Capture students face during an activity (with timestamp).
- We ask questions concerning the involvement, the focus of the students:
- **How to interpret the emotion and the difficulty ?**



+



Involvement ?

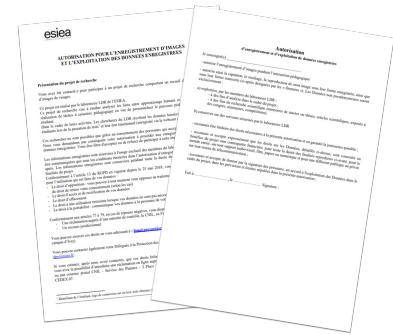


Focus ?



How to detect students in difficulty in distance learning, based on their emotions expressed on their face?



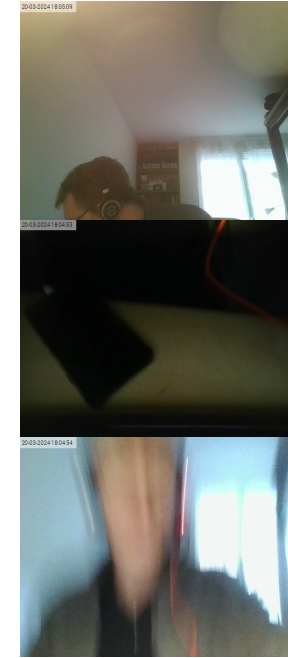
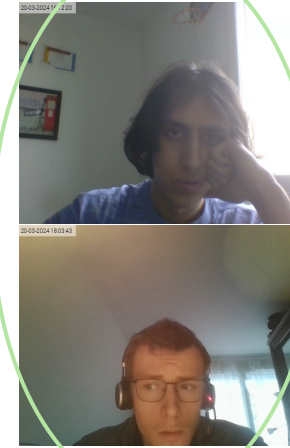


1. GDPR COMPLIANCE

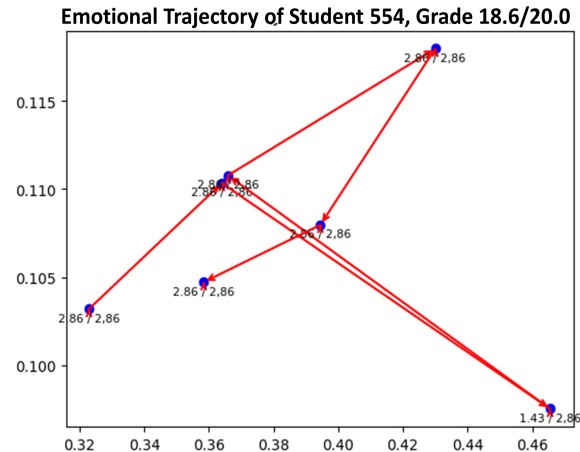


2. QUIZ

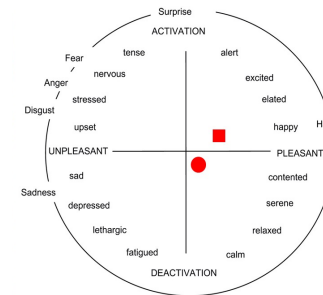
YoloV5



3. PREPROCESSING

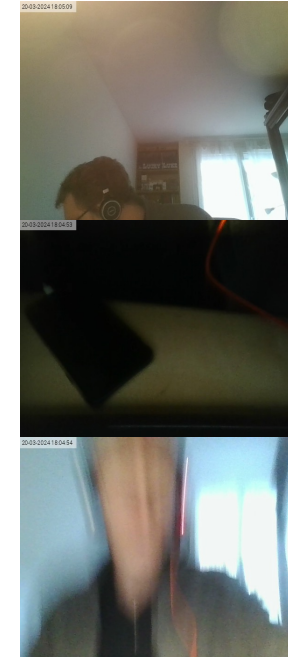
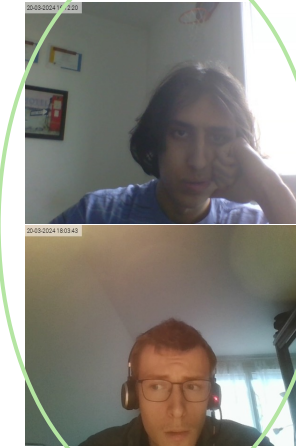


5. EMOTIONAL TRAJECTORY



4. PREDICTION

YoloV5

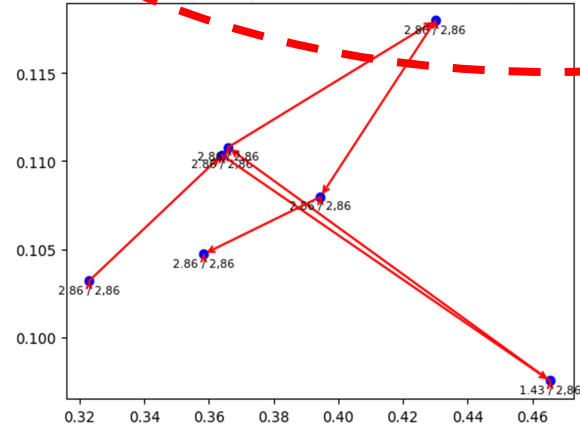


1. GDPR COMPLIANCE

2. QUIZ

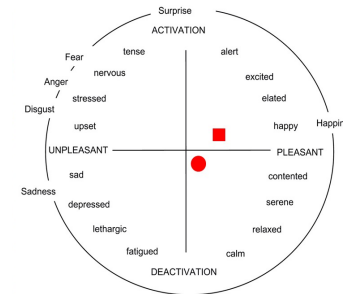
3. PREPROCESSING

Emotional Trajectory of Student 554, Grade 18.6/20.0



5. EMOTIONAL TRAJECTORY

4. PREDICTION



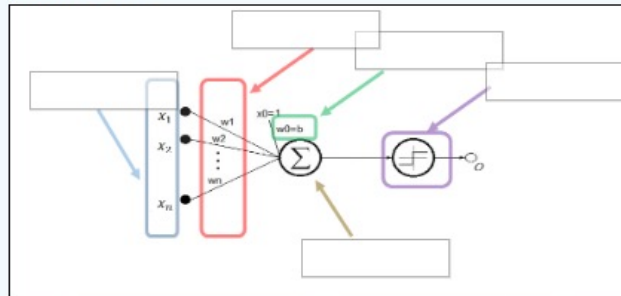


1 graded quiz to link performance to emotions

- 7 questions.
- Different types of answers (MCQ, Programming...).
- Maximum time 15 min.

Question 1
Not yet answered
Marked out of 4.00

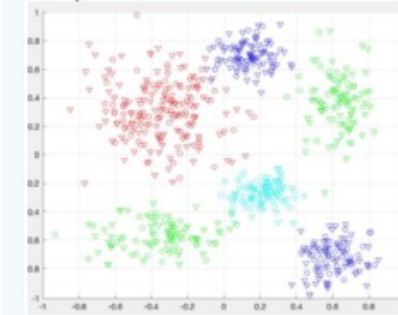
Drag to the right place.



Biais / Bias	Fonction d'activation / Activation function
Poids / Weight	Vecteur d'entrée / Input vector
$net = \sum_{i=0}^n \omega_i x_i = W^T X$	KNIN
Retro-propagation / Backpropagation	Classification

Question 1
Not yet answered
Marked out of 4.00

We use a neural network to classify the following data distribution (The data is colored with 4 different colors):



1. Specify:

- The number of network entries:
- The number of network outputs:

Start again

Save

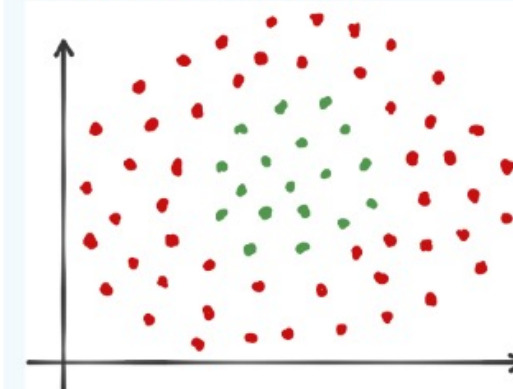
Fill in correct responses

Submit and finish

Close preview

Question 1
Not yet answered
Marked out of 4.00

Is the following data linearly separable?



Select one:

- ☐ True
- ☐ False

Experiment's overview

40



56



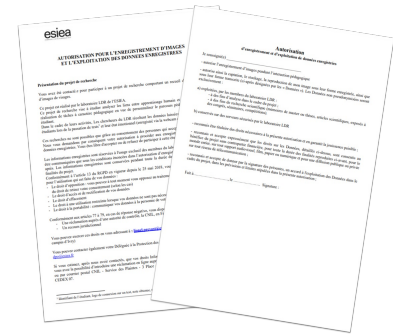
11955



13,02



11'29''

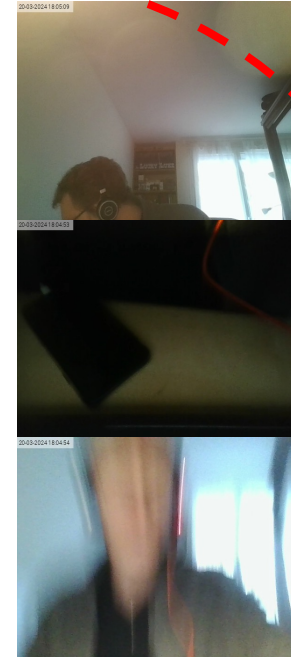
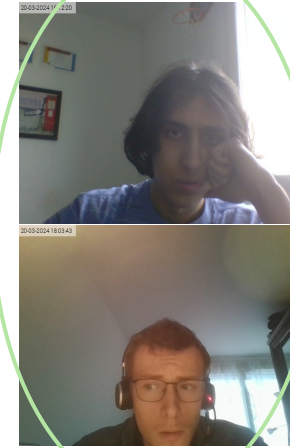


1. GDPR COMPLIANCE



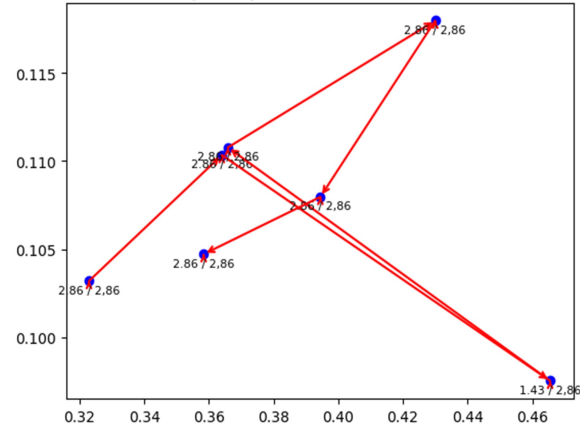
2. QUIZ

YoloV5

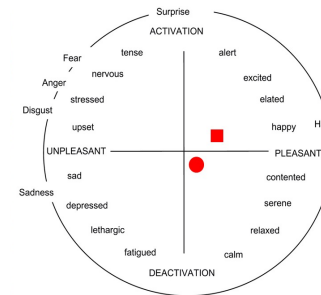


3. PREPROCESSING

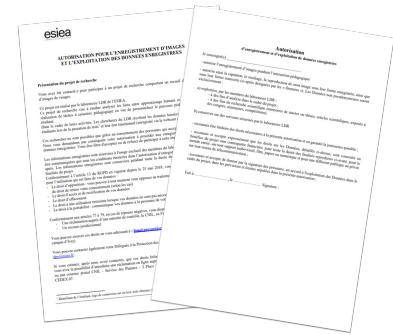
Emotional Trajectory of Student 554, Grade 18.6/20.0



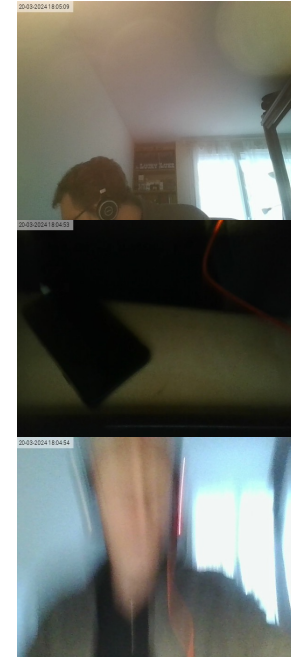
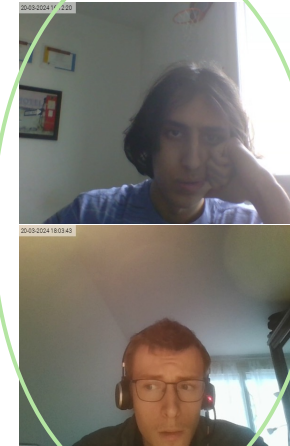
5. EMOTIONAL TRAJECTORY



4. PREDICTION



YoloV5

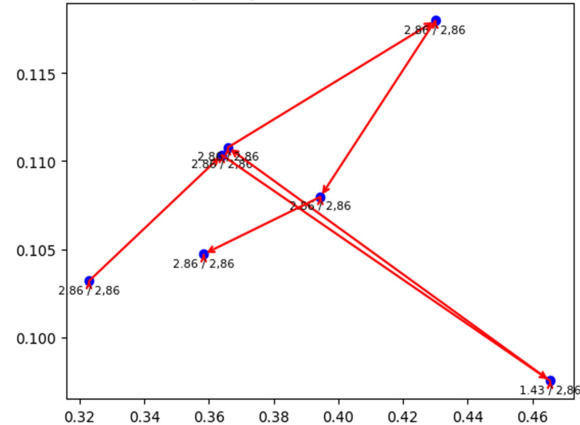


1. GDPR COMPLIANCE

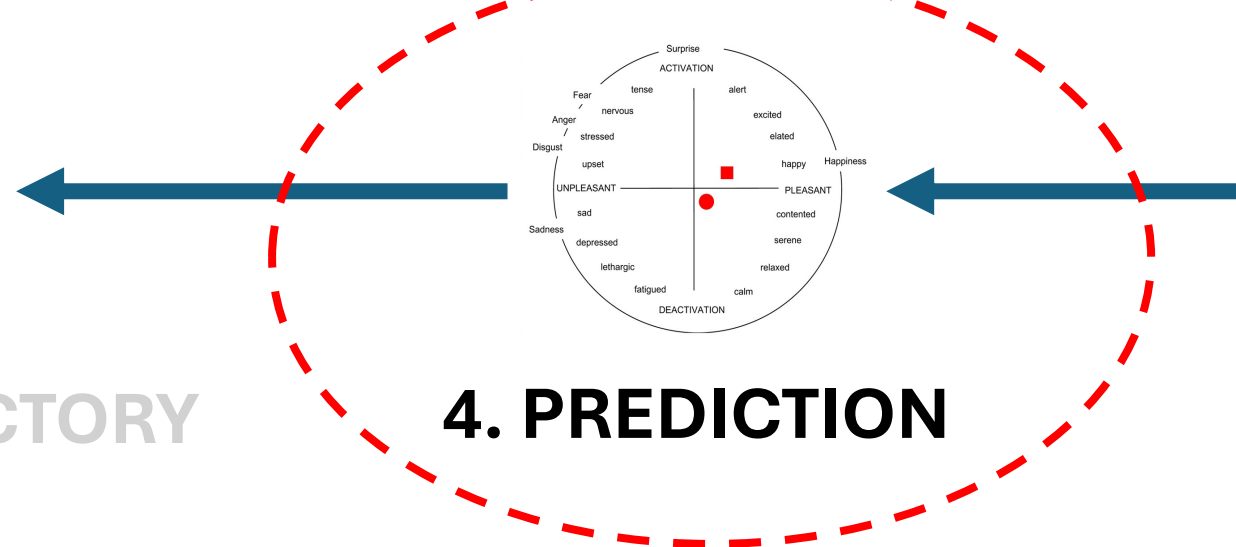
2. QUIZ

3. PREPROCESSING

Emotional Trajectory of Student 554, Grade 18.6/20.0



5. EMOTIONAL TRAJECTORY



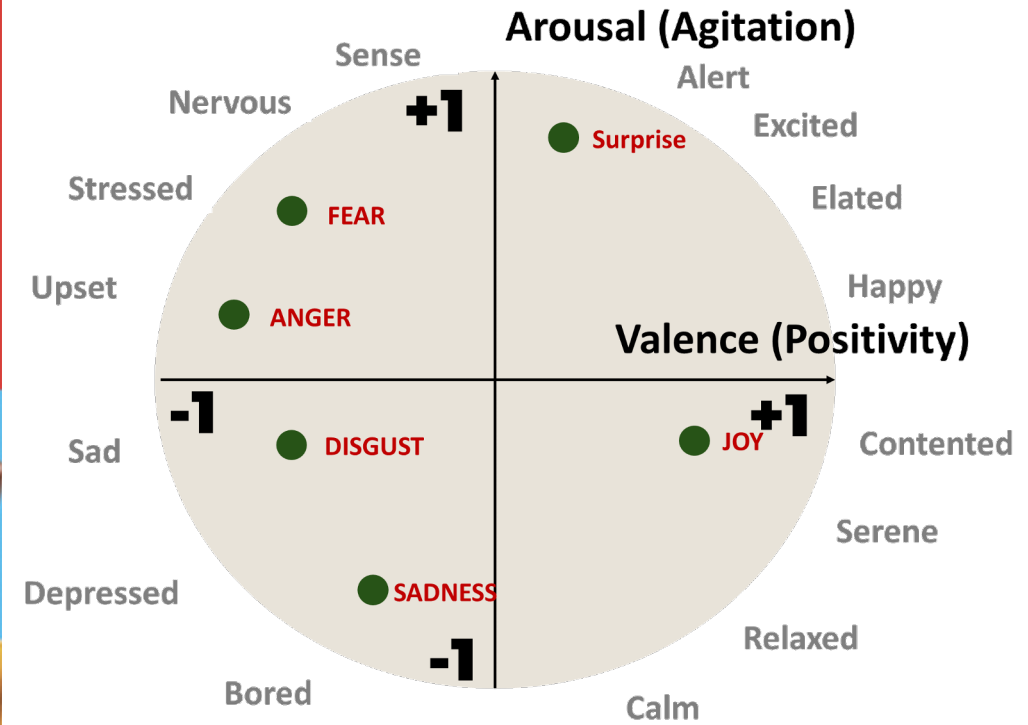
4. PREDICTION



Ekman model Vs Russel's 2D model

- 6 universal emotions across culture.
- Can be judge by using facial muscle activation.

- Emotion in the coordinate of the couple (Valence;Arousal)

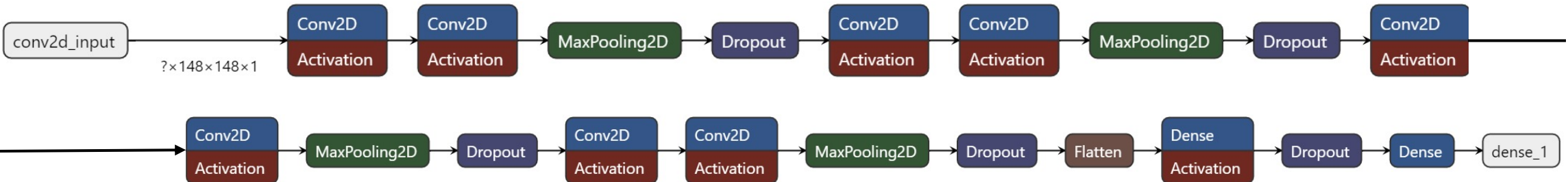
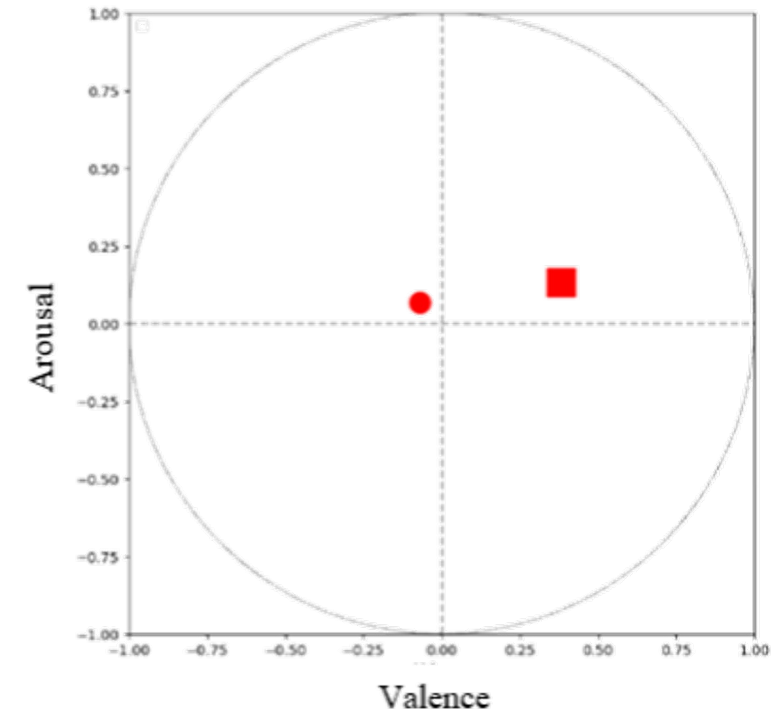
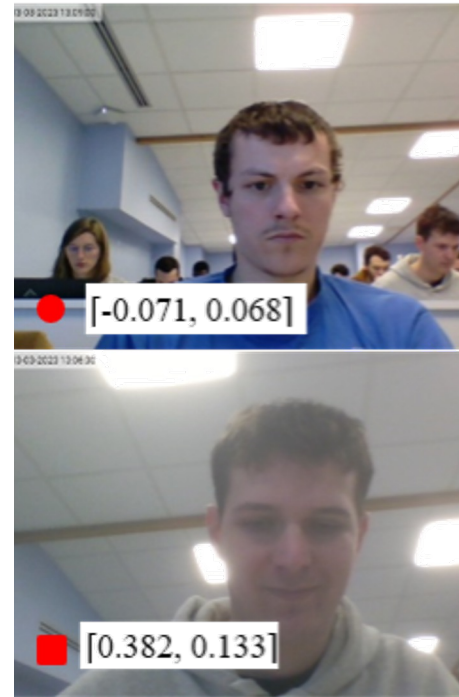


Emotion prediction

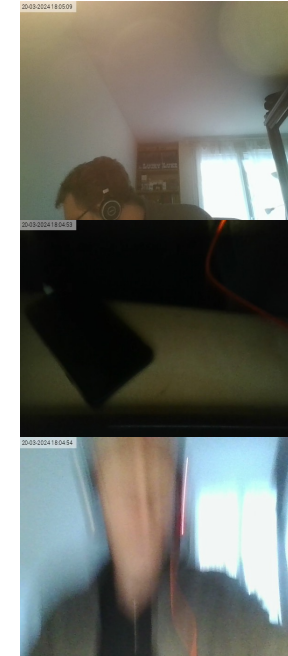
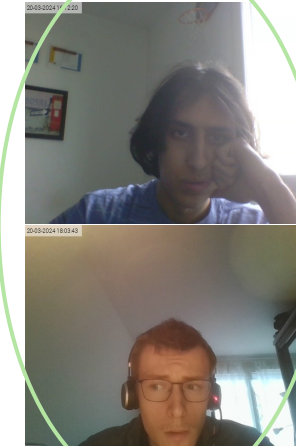
44



- Training of existing architecture.
- 2 models (for valence and arousal).
- Same performance compared to the paper reference.



YoloV5

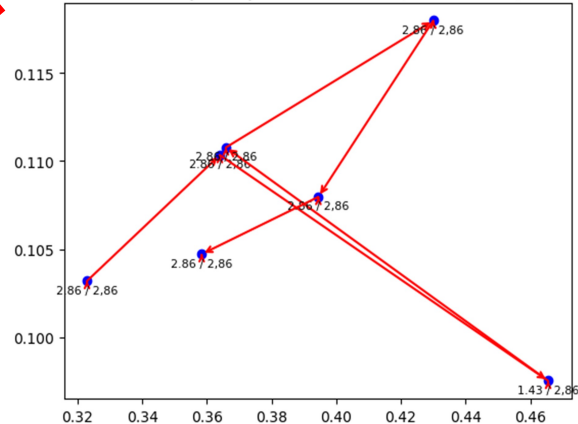


1. GDPR COMPLIANCE

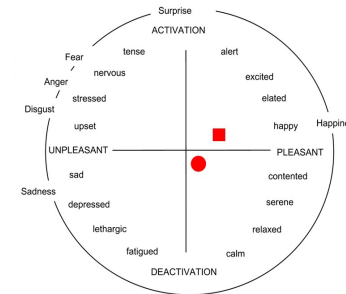
2. QUIZ

3. PREPROCESSING

Emotional Trajectory of Student 554, Grade 18.6/20.0



5. EMOTIONAL TRAJECTORY



4. PREDICTION

Emotion and Performance

46

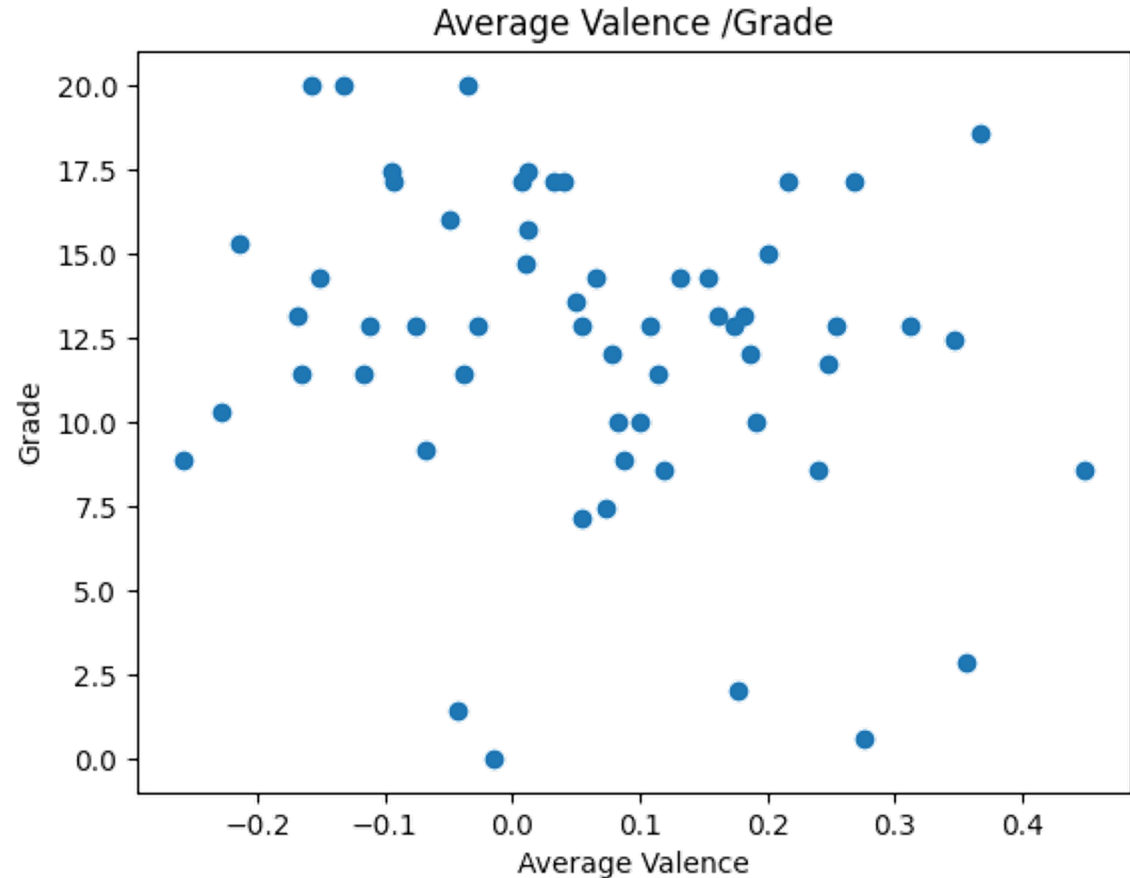


LDR
Learning Data & Robotics

- **Assumption in literature:** positive emotions brings good grades.
- Each student represented by one point : aggregated average valence.



- No correlation found between valence and grades.
- Negative emotion does not necessarily mean a bad grade.
- The emotion itself does not justify the rating.
- **Proposition:** study each question apart

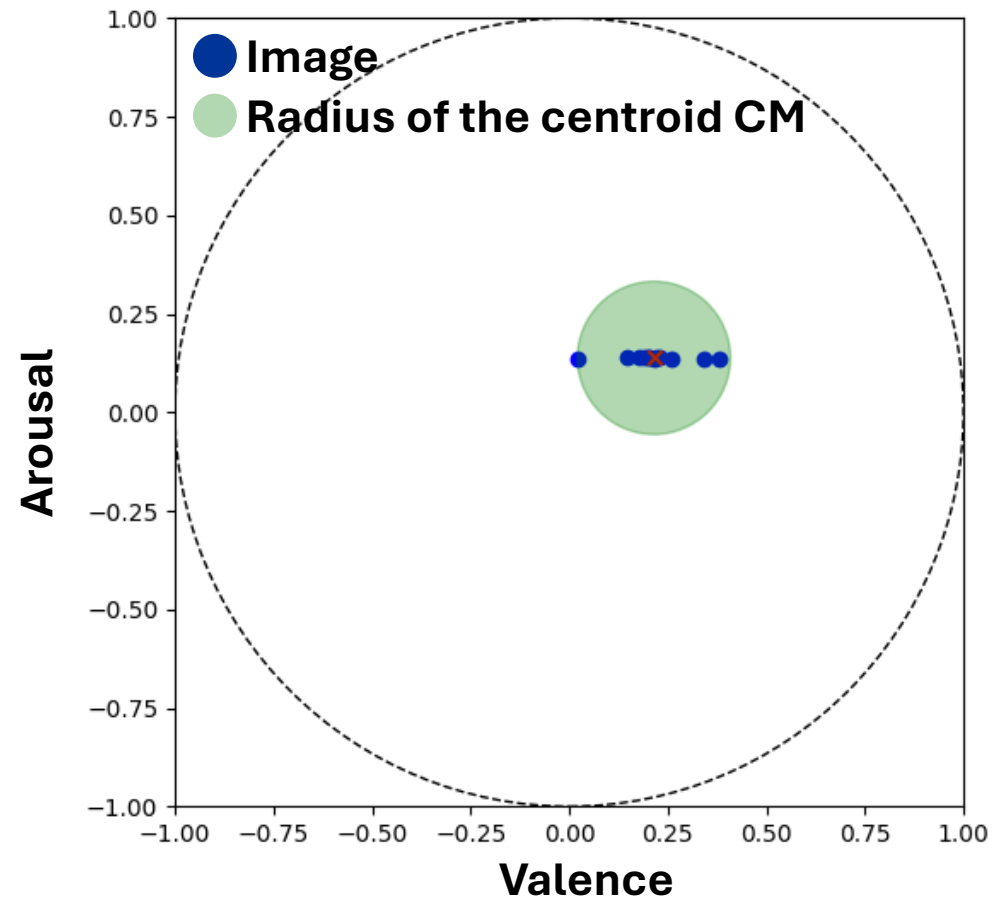


1st step to create an emotional trajectory

47



- One image every 5 sec.
- For each image: value of Valence and Arousal.
- For each question:
 - : Images (Valence and Arousal).
 - ✗: 1st Centroid of a question.
 - : distance between ✗ and the farthest point.



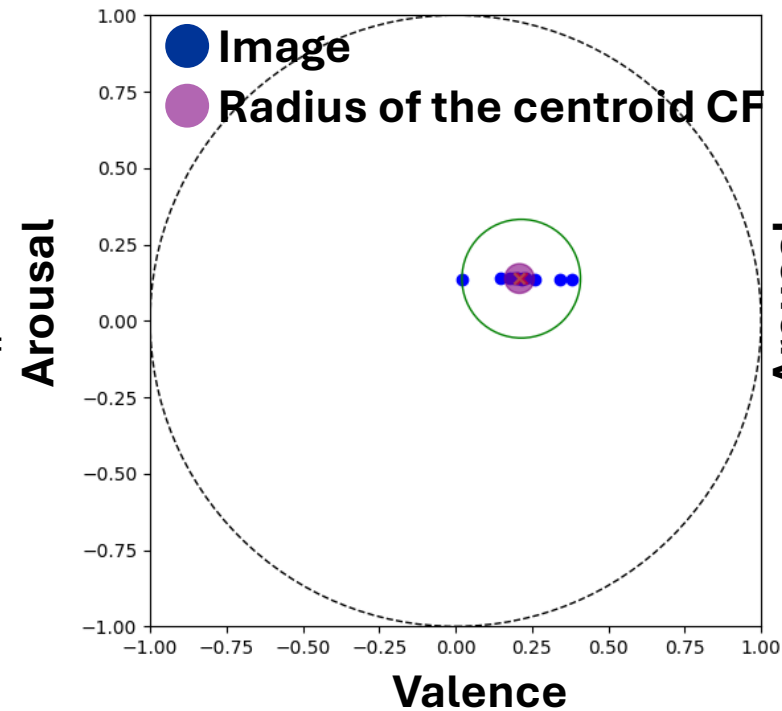
Calculation of the 1st centroid for 1 question for a student

2nd step to create an emotional trajectory

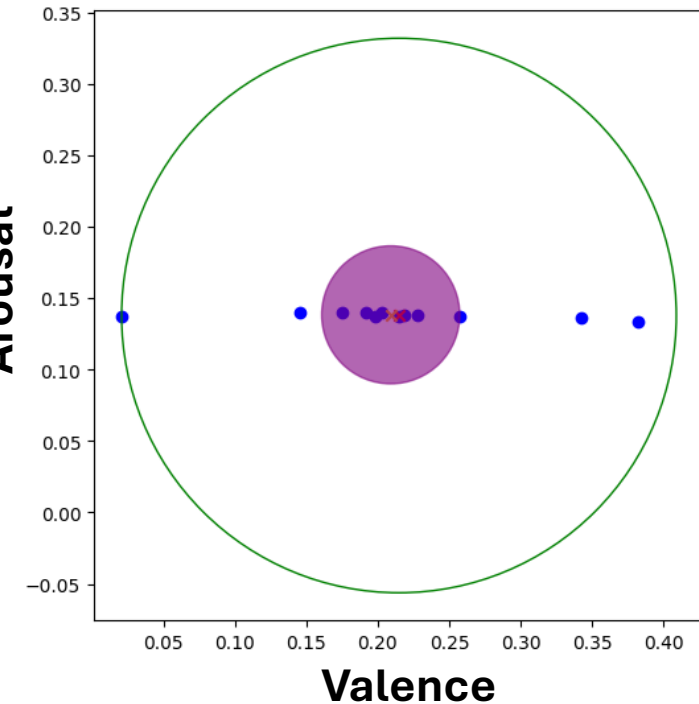
48



- 2nd centroid: keep 50% closest centroid points.
- **Why?** Limits the importance of spontaneous emotions or biases.



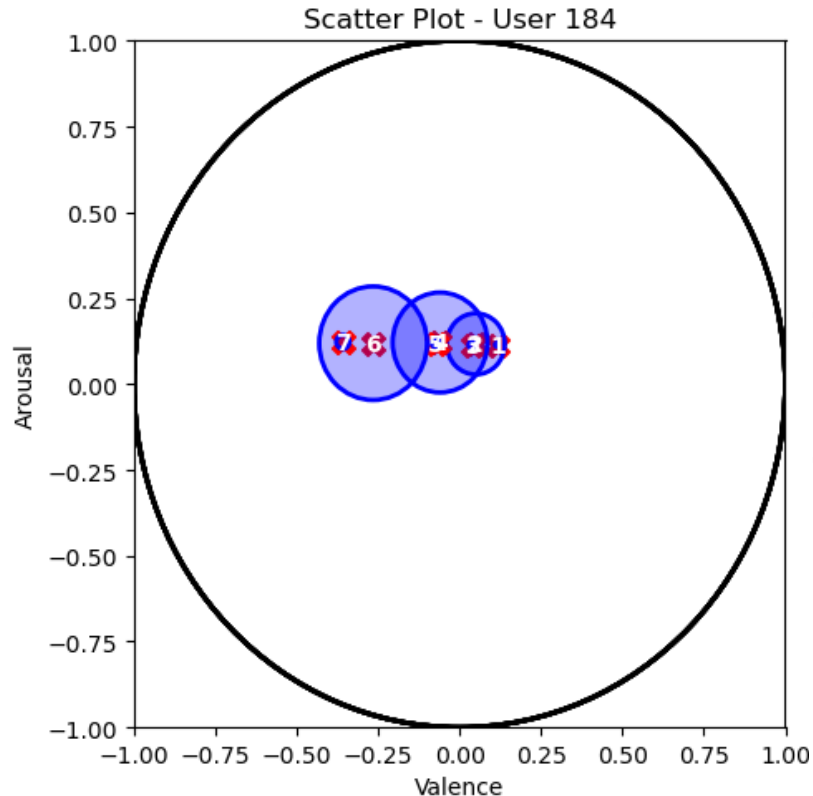
*Calculation of the 2nd centroid
for 1 question for a student*



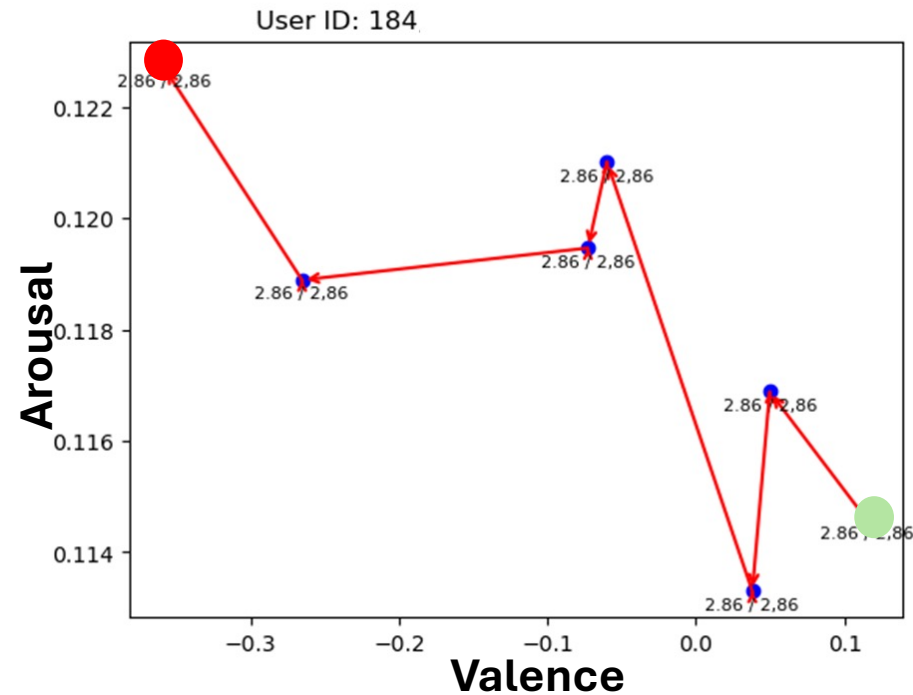
Closer look



- **How?** Link 2nd centroids together.
- Zoom in on the emotional trajectory extracted from the centroids.



7 centroid and their area for the student 184



Emotional trajectory for student 184

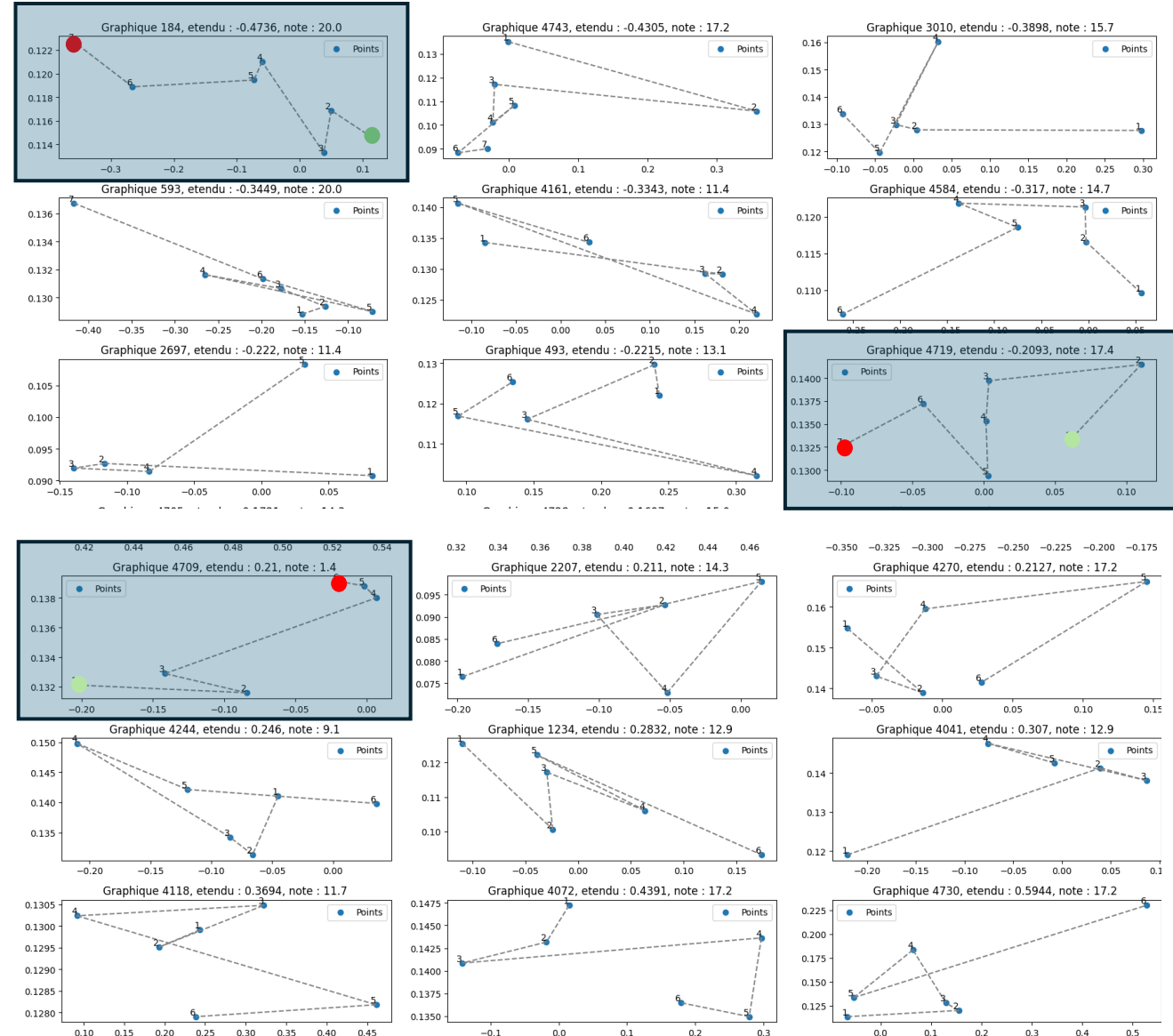
- Start / First point
- End / Last point
- Emotional centroid with grade

Different emotional trajectories

50



1. Normalize distances.
 - **Why?** Introvert vs extrovert.
2. Detection of pattern:
 - a. Amplitude of emotion.
 - b. Positive or negative evolution.
 - c. ...



Different emotional trajectories

51

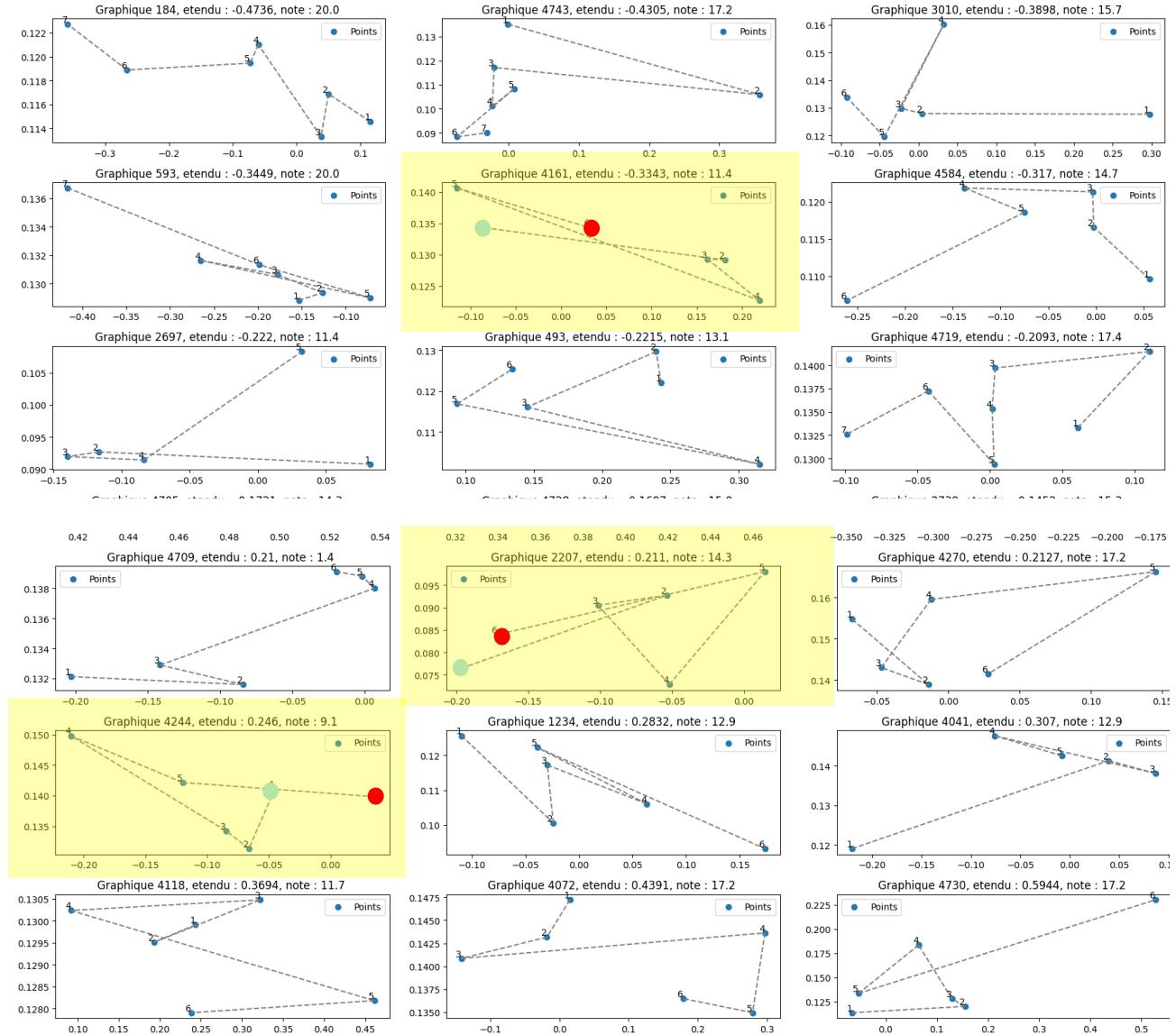


- b. ...
- c. Existent of cyclic trajectories.
- d. Final emotion close to the initial one.

Question: Do similar patterns bring similar grades?

To answer this:

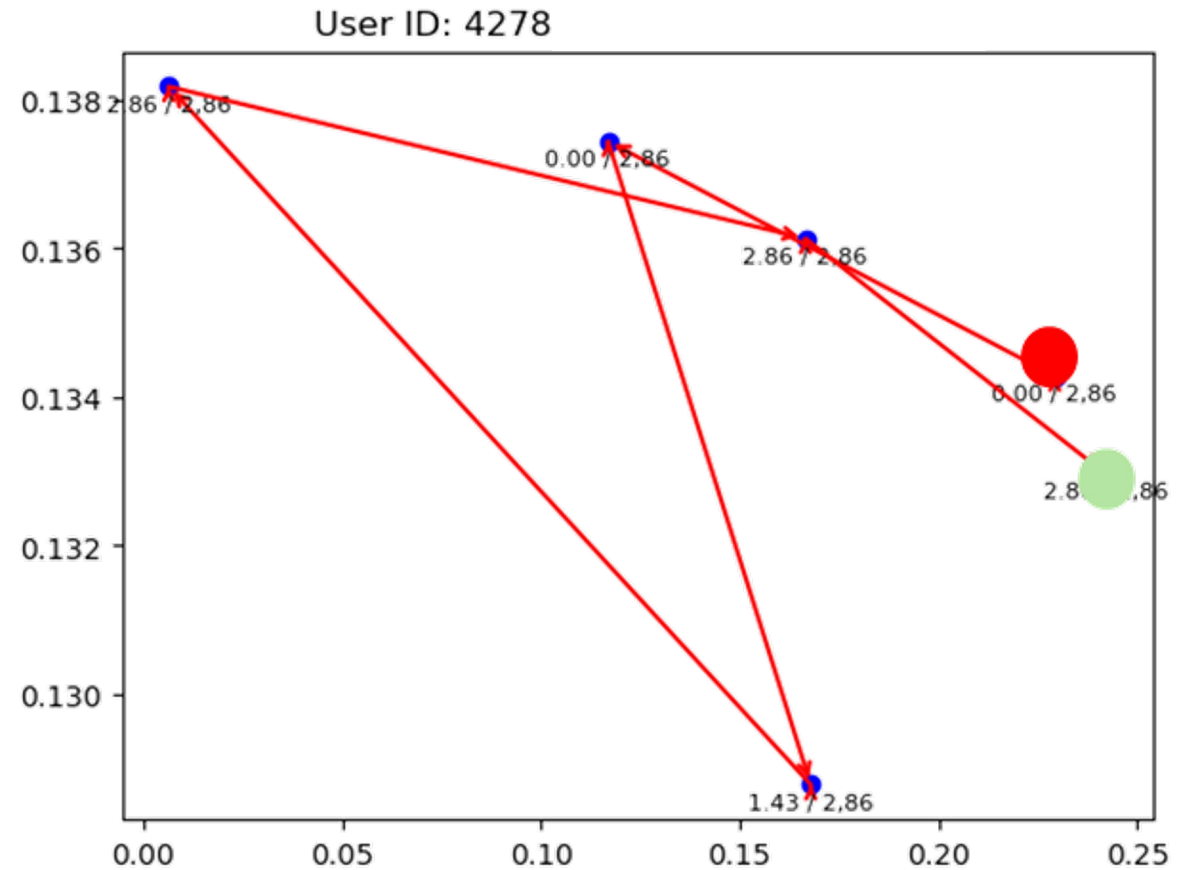
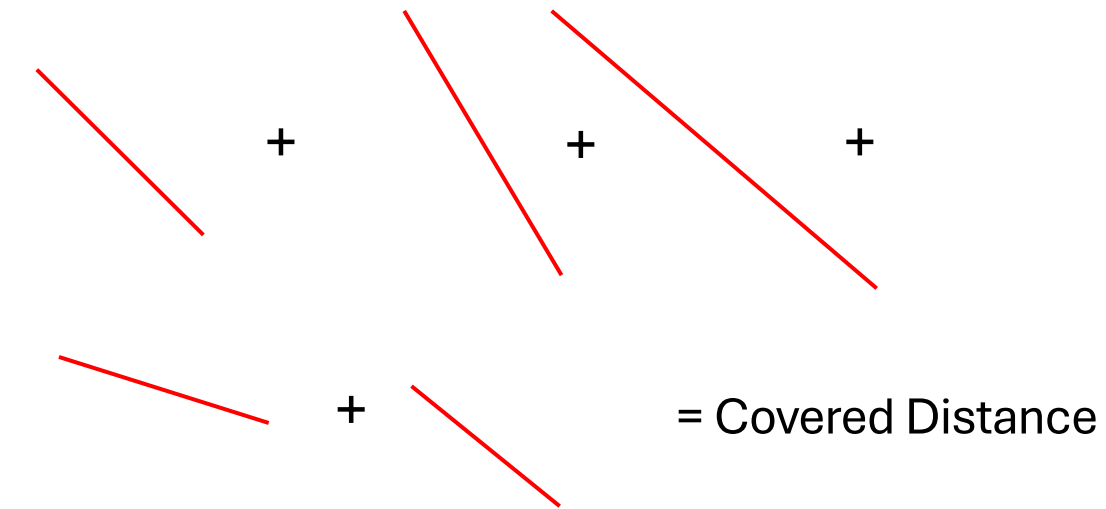
- Covered distance.
- First to last distance.
- Range distance.





Covered Distance

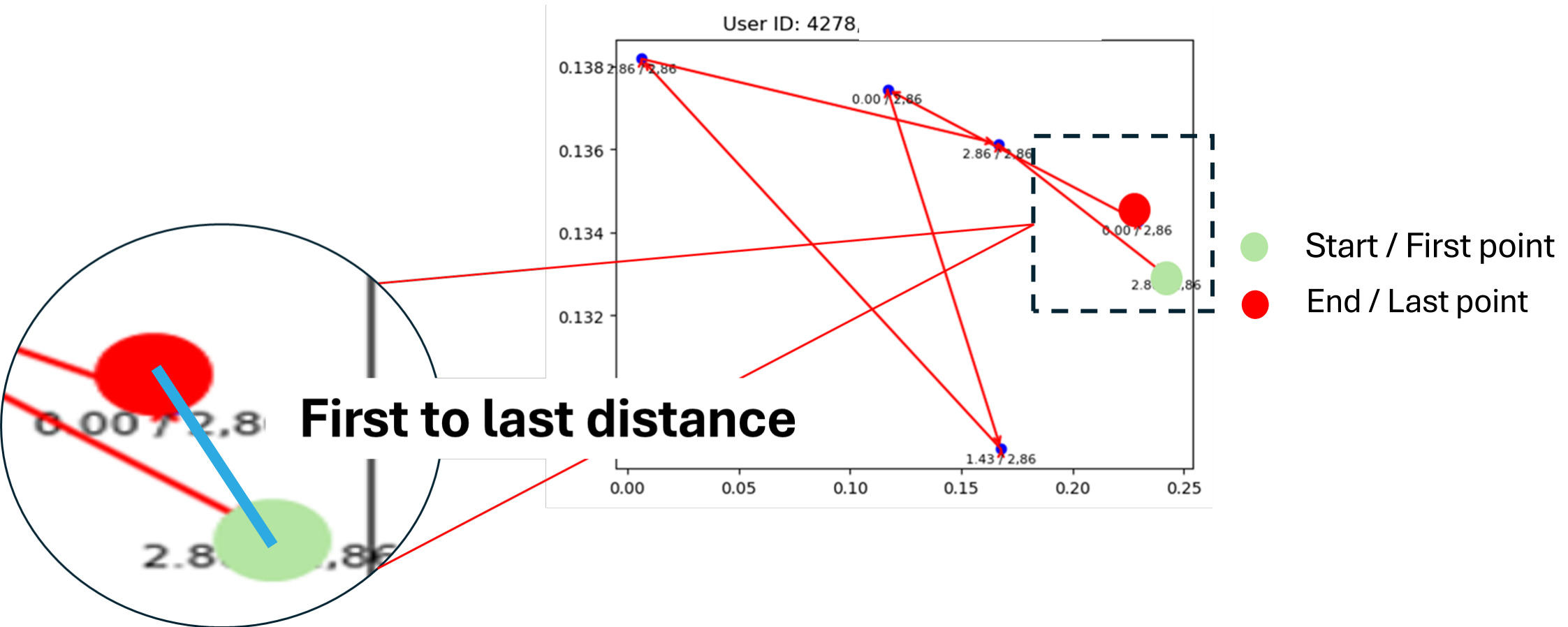
- Covered distance = the sum of the segments.





First to last distance

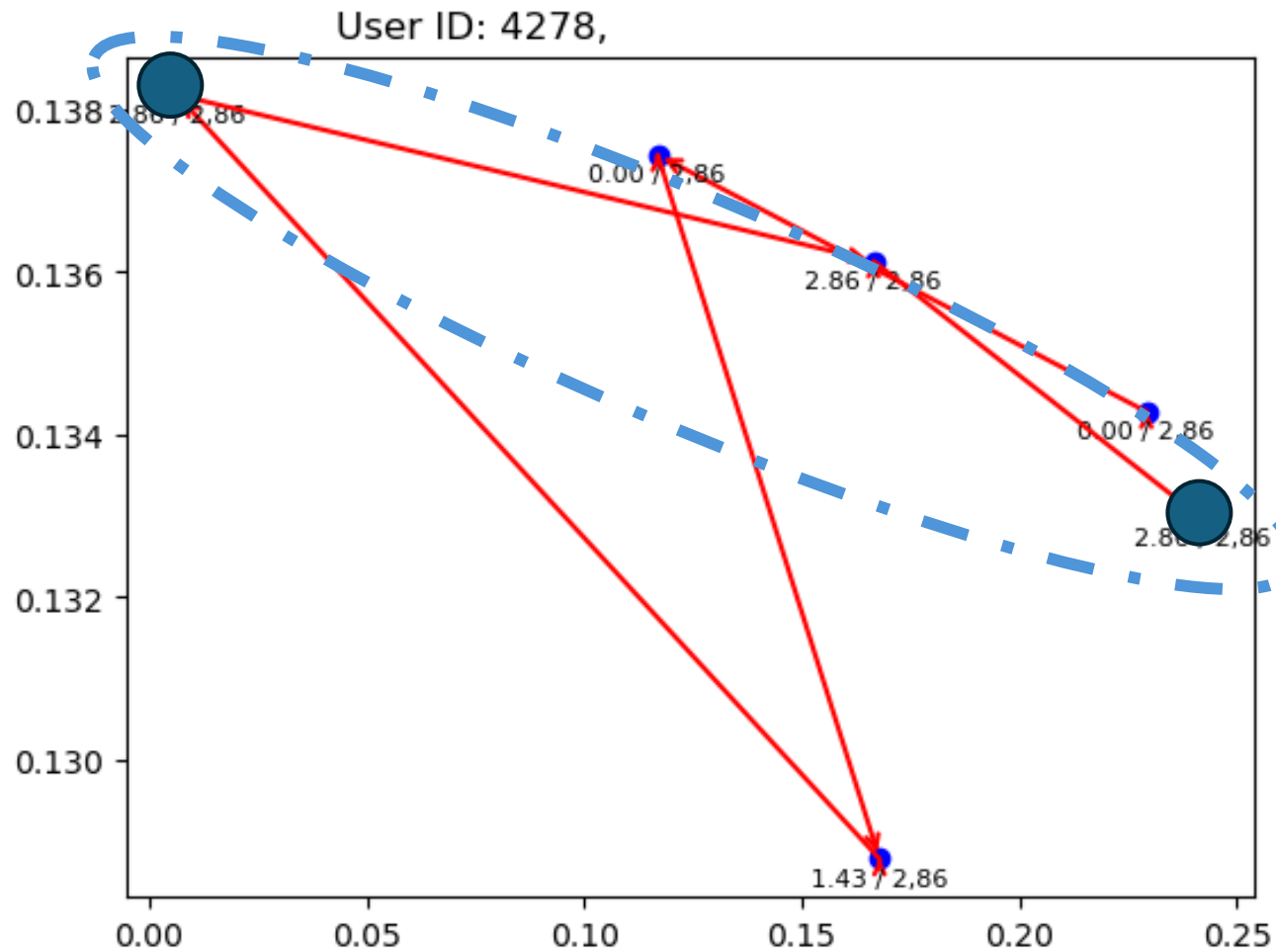
- First to last distance = Euclidean distance between the first and last point.





Range distance

- Range distance = Distance between the two furthest points.



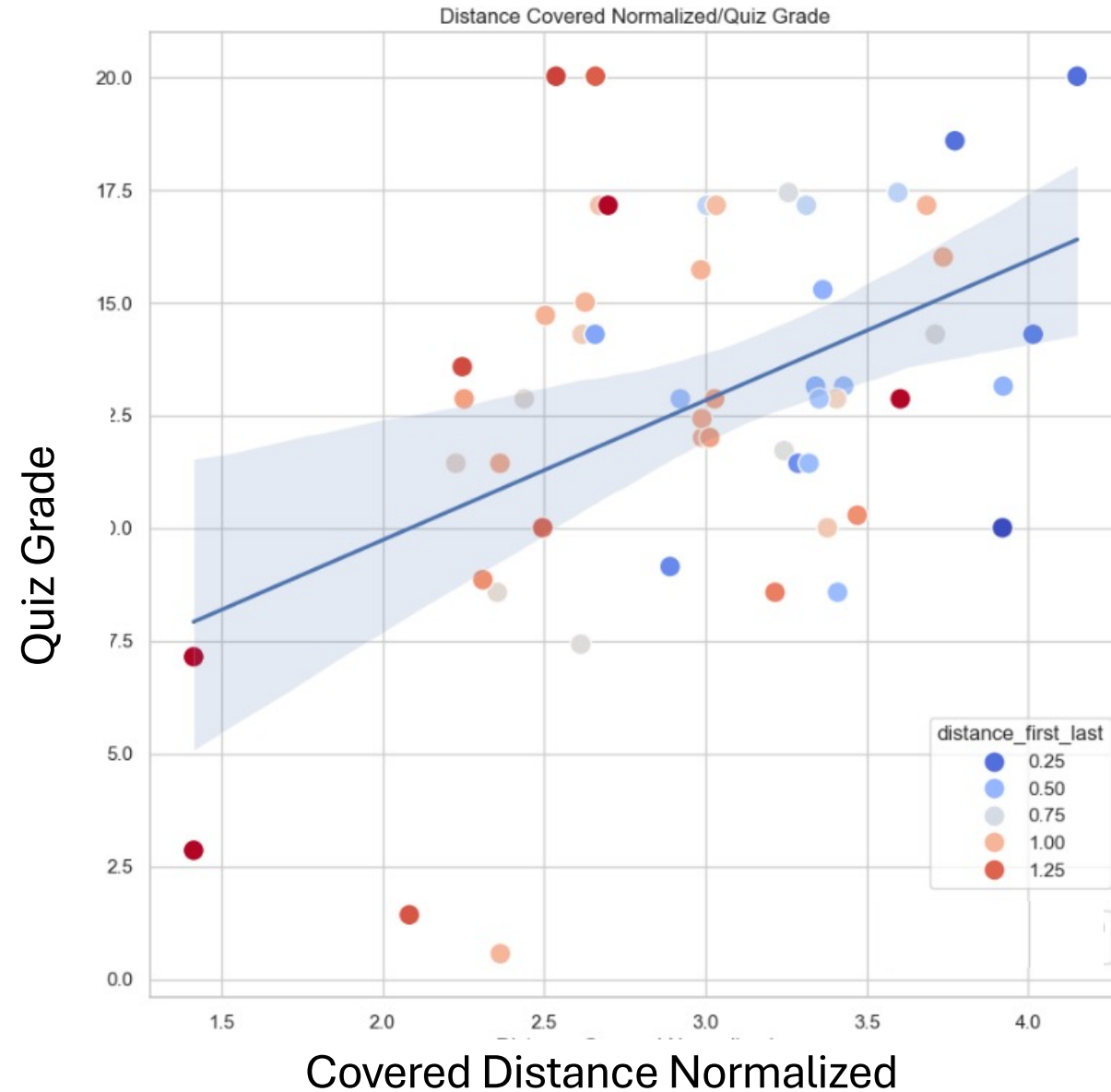
Correlation between emotional trajectories and performance

56



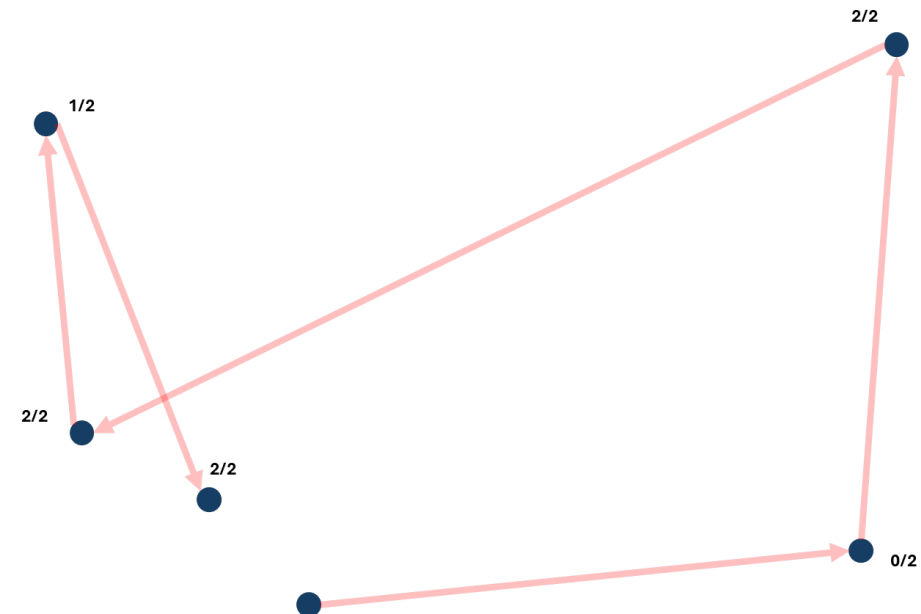
Observation 3:

- Correlation $R = 0,49$.
- The higher the distance covered the higher performance.





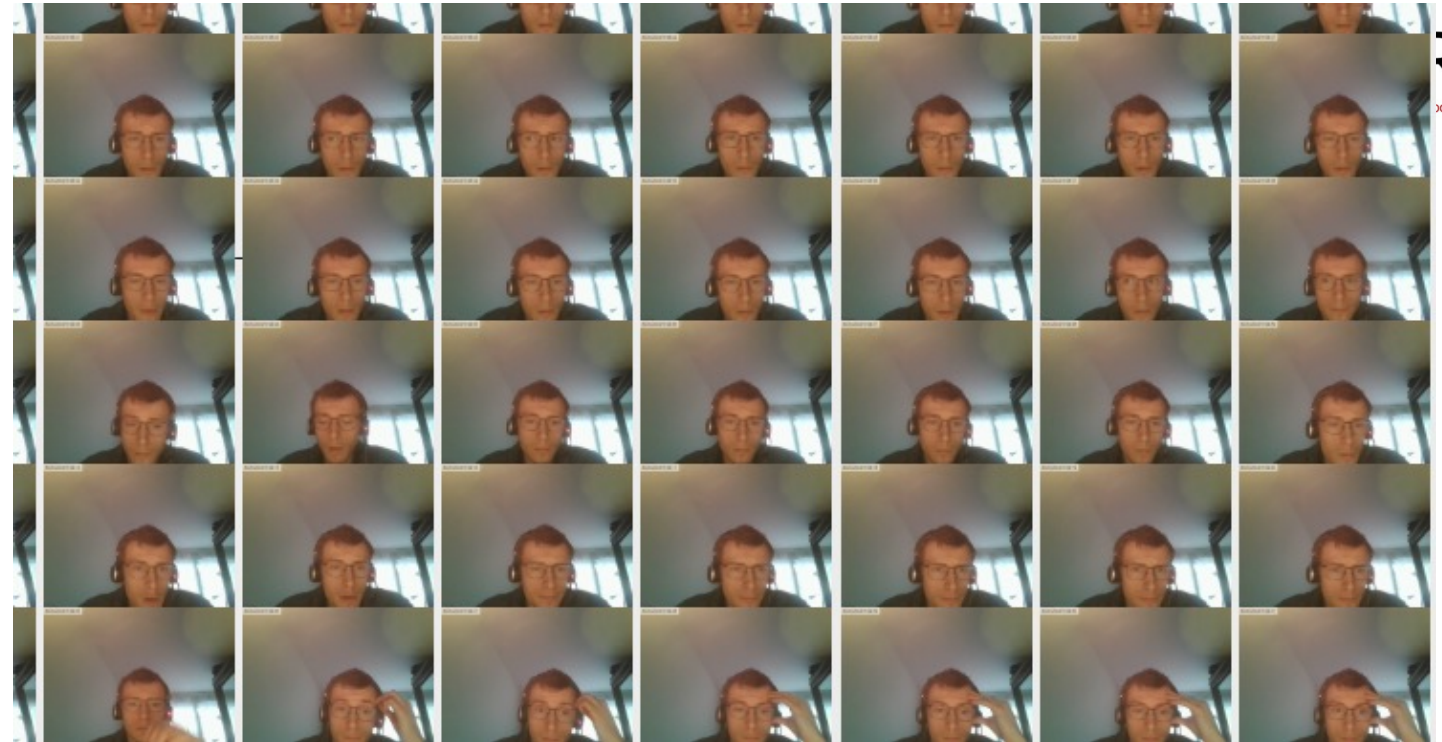
- **Original idea** : Emotional trajectory.
- Confirm the role of emotional amplitude in explaining student's outcomes.





Future work

- Ongoing experiment on a new student cohort during a full teaching module including 4 quizzes.
- Investigate and interpret emotion's triggers : topic, difficulty, times spent, etc.
- Personalize remediation based on learning student preferences.





Thanks for you attention



- Paper link
- My LinkedIn
 - Email



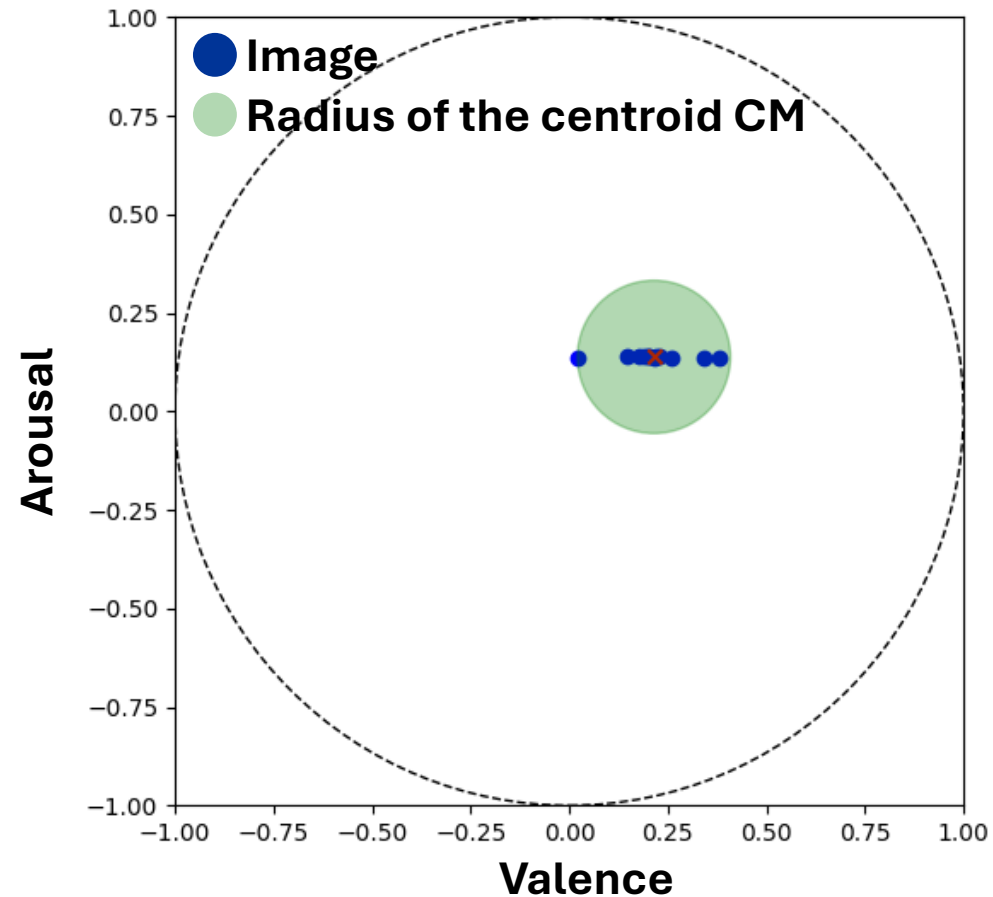
1st step to create an emotional trajectory

61



- N = Total number of pictures for a question.
- V_i, A_i = Valence and arousal for image i .
- The radius of the green circle is the distance between and the farthest point.

$$CM_q = \left(\frac{1}{N}\right) \sum_{i=1}^N (V_i, A_i)$$



Calculation of the 1st centroid for 1 question for a student

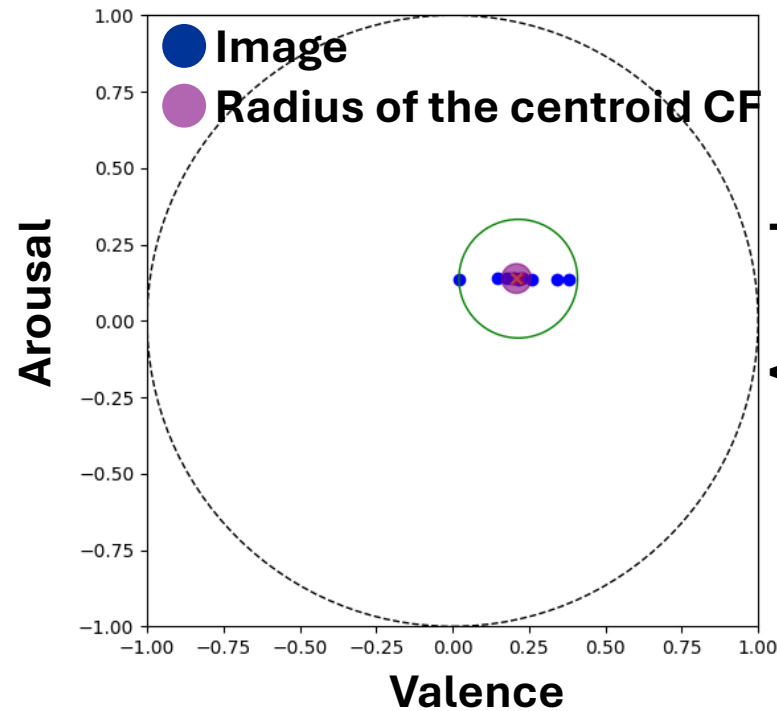
2nd step to create an emotional trajectory

62

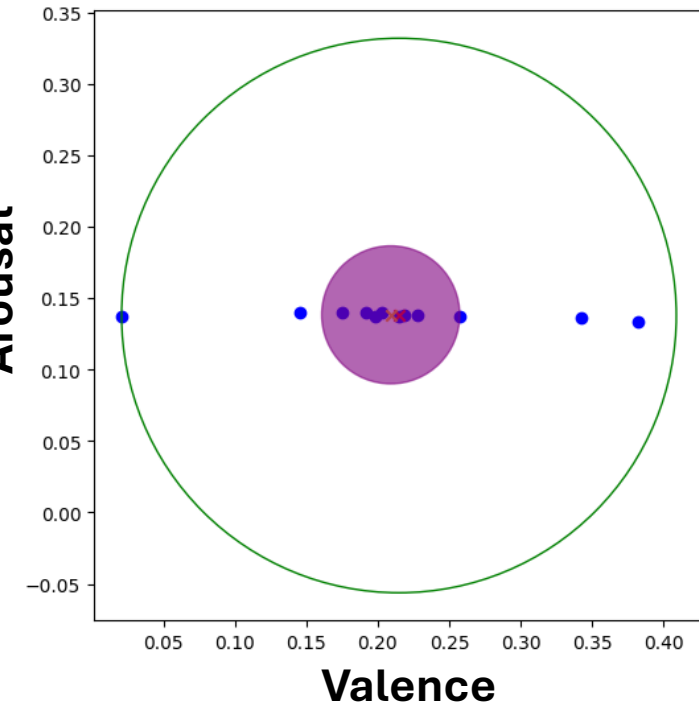


- $M = 50\%$ closest points to the first centroid.
- The radius of the purple circle is the distance between and the farthest point.

$$CF_q = \left(\frac{1}{M}\right) \sum_{j=1}^M (V_j', A_j')$$



Calculation of the 2nd centroid for 1 question for a student





H1	H2
H3	H0